

## प्रकरण 1 : गुरुत्वाकर्षण

### आपण काय शिकलो?

- एखाद्या वस्तूवर लागणारा धक्का, ओढ किंवा दाबाला बल म्हणतात. बल न्यूटन (N) मध्ये मोजले जाते.
- एखाद्या वस्तूवर जेव्हा बल लावले जाते तेव्हा त्यावर खालील प्रमाणे प्रभाव (परिणाम) दिसून येतो:
  1. वस्तूचा आकार बदलतो.
  2. जर वस्तू गतिमान असेल तर तिचा वेग बदलतो.
  3. जर वस्तू गतिमान असेल तर तिची दिशा बदलते.
- निसर्गामध्ये अनेक प्रकारचे बल आढळतात जसे: चुंबकीय बल, घर्षण बल, गुरुत्वाकर्षण बल, इत्यादी.

### गुरुत्वाकर्षण :

- गुरुत्वाकर्षण बल एक वैश्विक बल आहे. म्हणजेच की गुरुत्वाकर्षण बल जगातील कोणत्याही दोन वस्तूंवर कार्य करते एवढेच नाही तर कोणत्याही दोन खगोलीय वस्तूंवरही कार्य करते.
- गुरुत्वाकर्षणाचा शोध : गुरुत्वाकर्षणाचा शोध सर आयझॅक न्यूटन यांनी लावला. एक दिवस, न्यूटनला एक सफरचंद झाडावरून खाली पडताना दिसले. त्यांनी विचार केला, “सफरचंद जमिनीवर का पडले?” हे तिरके का नाही गेले किंवा इतर दिशेत का नाही पडले?
- थोडा वेळ विचार केल्यानंतर त्यांना समजले की पृथ्वीचे गुरुत्वाकर्षण बल सफरचंद आणि इतर वस्तूंना स्वतःकडे आकर्षित करते.
- यामुळे, हे सफरचंद झाडाशी लंबवत खालच्या दिशेला पडले जसे वरच्या दिशेला फेकल्यावर चेंडू आणि इतर कोणत्याही वस्तू पुन्हा सरळ खाली परत येतात.
- गुरुत्वाकर्षण बल बरेच अंतर व उंचीवर असलेल्या वस्तूंवर देखील कार्य करते. म्हणजेच चंद्र, सूर्य आणि इतर ग्रहांवर देखील हे कार्य करते.

### वर्तुळाकार गती व अभिकेंद्री बल :

व्याख्या : वर्तुळाकार गती म्हणजे कोणत्याही वस्तूचे वर्तुळाकार मार्गावर फिरणे होय.

- जर आपण एक दगड एका दोरीच्या टोकाला बांधून दुसरे टोक हातात घेऊन दोरी फिरवली तर आपल्याला दिसते की दगड एका वर्तुळाकार मार्गावर फिरत आहे. आपण दगड आपल्याकडे खेचतो, म्हणजेच वर्तुळाच्या केंद्राकडे खेचतो.
- असे बल ज्याच्यामुळे दगड वर्तुळाच्या केंद्राकडे खेचला जातो, त्यास अभिकेंद्री बल म्हणतात. या अभिकेंद्री बलामुळेच चंद्र आणि इतर उपग्रह एका निश्चित कक्षमध्ये किंवा मार्गात ग्रहांभोवती चहुबाजूने फिरतात.
- अभिकेंद्री बलाचे सूत्र खालीलप्रमाणे असते,

$$F = mv^2 / r$$

जेथे,  $m$  = वस्तूचे वस्तुमान,  $v$  = वस्तु चा वेग आणि  $r$  = वर्तुळाकार कक्षेची त्रिज्या.

#### केप्लरचे नियम :

- कक्षा किंवा मार्ग ज्यावर उपग्रह ग्रहाच्या भोवती चहुबाजूने फिरतो, तो आकार लंबवर्तुळाकार असतो. अशाच प्रकारे ग्रह देखील सूर्याच्या भोवती फिरतात.
  - गॅलिलिओने पहिला टेलिस्कोप बनविला आणि त्याचा वापर ग्रहांच्या स्थितीबद्दल माहिती मिळविण्यासाठी केला गेला. केप्लरद्वारे या माहितीचा उपयोग ग्रहांच्या गतीचे काही विशिष्ट नियम बनविण्यासाठी केला. गतीविषयक 3 नियम आहेत ज्यास केप्लरचे नियम म्हणतात.
- 1) **केप्लरचा पहिला नियम** : “ग्रहांची कक्षा ही लंबवर्तुळाकार असून सूर्य त्या कक्षेच्या एका नाभीवर असतो. याचाच अर्थ असा की, ग्रहांच्या कक्षेचा आकार लंबवर्तुळाकार असतो आणि एका लंबवर्तुळात दोन फोकस बिंदू असतात. सूर्याची स्थिती एका फोकस बिंदूवर असते.
  - 2) **केप्लरचा दुसरा नियम** : ग्रहाला सूर्याशी जोडणारी सरळ रेषा, ही समान कालावधीत समान क्षेत्रफळ व्यापते. याचाच अर्थ असा की, ग्रह समान कालावधीत समान अंतर पार करतो. यामुळे एखाद्या निश्चित वेळेत ग्रह समान क्षेत्रफळ व्यापतो.
  - 3) **केप्लरचा तिसरा नियम** : सूर्याची परिक्रमा करणाऱ्या ग्रहाच्या आवर्तकालाचा वर्ग हा ग्रहाच्या सूर्यापासूनच्या सरासरी अंतराच्या घनाला समानुपाती असतो.  
म्हणजेच ‘T’ ग्रहाचा आवर्तकाल आहे आणि ‘r’ ग्रह आणि सूर्याच्या मधील सरासरी अंतर आहे. तर  
 $T^2 \propto r^3$

$$T^2 / r^3 = K \quad (K = \text{स्थिर})$$

## न्यूटनचा वैश्विक गुरुत्वाकर्षणाचा नियम :

या नियमानुसार, विश्वातील प्रत्येक वस्तू इतर प्रत्येक वस्तूला ठराविक बलाने आकर्षित करत असते. हे बल आकर्षित करणाऱ्या वस्तूच्या वस्तुमानांच्या गुणाकाराशी समानुपाती आणि त्यामधील अंतराच्या वर्गाशी व्यस्तानुपाती असते. याचा अर्थ वस्तुमान जास्त असेल तर गुरुत्वाकर्षण बल जास्त असते आणि दोन वस्तूंमधील अंतर जेवढे जास्त तेवढे गुरुत्वाकर्षण बल कमी असते

$$F \propto m_1 m_2/d^2 \quad \text{or}$$

$$F = Gm_1 m_2/d^2$$

जेथे  $m_1$  आणि  $m_2$  दोन्ही वस्तूंचे वस्तुमान आहे.

$d$  = दोन्ही वस्तूंमधील अंतर

$F$  = दोन्ही वस्तूंच्या केंद्रांना जोडणाऱ्या रेषेबरोबर कार्य करणारे बल.

$G$  = एक स्थिरांक ज्यास वैश्विक गुरुत्वीय स्थिरांक म्हणतात.

- याचाच अर्थ असा की दोन वस्तूंमधील गुरुत्वाकर्षण बल दोन्ही वस्तूंच्या वस्तुमानांवर आणि त्यांच्यामधील अंतरावर अवलंबून असते.
- बल वाढते जेव्हा वस्तुमानाचा गुणाकार वाढतो.  $F$  आणि  $m_1, m_2$  समानुपाती आहे.
- बल कमी होते जेव्हा वस्तूंमधील अंतर वाढते. म्हणजेच  $F$  आणि  $r$  व्यस्तानुपाती आहे.

उदाहरण 1 . महेंद्र व विराट एकमेकांपासून 1 m अंतरावर बसले आहेत. त्यांची वस्तुमाने अनुक्रमे 75 kg व 80 kg आहेत. त्यांच्यामधील गुरुत्वीय बल किती आहे?

दिलेली माहिती :

महेंद्रचे वस्तुमान,  $m_1 = 75 \text{ kg}$

विराटचे वस्तुमान,  $m_2 = 80 \text{ kg}$

महेंद्र आणि विराट मधील अंतर,  $r = 1 \text{ m}$

गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक,  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2 / \text{kg}^2$

तुम्हांला शोधायचे आहे : गुरुत्वाकर्षण बल, महेंद्र आणि विराट च्या मध्ये,  $F = ?$

न्यूटनच्या सिद्धांतानुसार,  $F = Gm_1m_2 / r^2$

मिळालेल्या माहितीला वरील सूत्रामध्ये ठेवून,

$$F = 6.67 \times 10^{-11} \times 75 \times 80 / 12^2$$
$$= 4.002 \times 10^{-7} \text{ N}$$

यावरून, महेंद्र आणि विराट च्या मधील गुरुत्वाकर्षण बल  $4.002 \times 10^{-7} \text{ N}$  आहे.

### पृथ्वीचे गुरुत्वाकर्षण बल आणि त्वरण

- पृथ्वी तिच्या जवळील सर्व वस्तूंना गुरुत्वीय बलाने आपल्या केंद्राकडे आकर्षित करते.जेव्हा आपण एक दगड वरच्या दिशेला फेकतो, तेव्हा गुरुत्वाकर्षण बल त्यास खाली खेचण्याचा प्रयत्न करते.
- या खेचण्यामुळे,दगडाचा वेग कमी होतो, काही वेळाने तो शून्य होतो आणि तो खाली पडू लागतो.
- न्यूटनच्या गतिविषयक दुसऱ्या नियमानुसार, प्रत्येक बल त्वरण निर्माण करते.
- पृथ्वीच्या गुरुत्वाकर्षण बलाद्वारे उत्पन्न झालेले त्वरण, पृथ्वीचे गुरुत्वाकर्षण त्वरण म्हणून ओळखले जाते.

आपण समीकरणांचा उपयोग करू :

$$F = GMm/r^2 \quad \text{----- (3) (न्यूटनचा गुरुत्वाकर्षणाचा नियम)}$$

$$F = mg \quad \text{----- (4) (न्यूटनचा गतिविषयक दुसरा नियम)}$$

(3) and (4) पासून,

$$F = mg = GMm/r^2$$

तर,

$$g = GM/r^2 \text{ ची किंमत } 9.77 \text{ m/s}^2 \text{ होते.}$$

पृथ्वीच्या आकारामुळे  $g$  चे मूल्य उंची आणि पृथ्वीच्या खोलीनुसार बदलत असते. पृथ्वी ध्रुवांवर चपटी आणि विषुववृत्तावर थोडी फुगीर आहे. यामुळे पृथ्वीची त्रिज्या ध्रुवांजवळ कमी आणि विषुववृत्ताजवळ जास्त असते. तर  $g$  चे मूल्य विषुववृत्ताच्या तुलनेत ध्रुवांवर अधिक असते.

## वस्तुमान व वजन

वस्तुमान : प्रत्येक वस्तू अनेक कणांनी बनलेली असते .कोणत्याही वस्तूमध्ये समाविष्ट (आतमध्ये आढळणारे कण) द्रव्याच्या प्रमाणाला वस्तुमान म्हणतात. याचे SI एकक किलोग्राम (kg) आहे. त्याचे मूल्य सगळीकडे सारखेच असते. उदा. एखाद्या दगडाचे वस्तुमान जर पृथ्वीवर 60 kg असेल तर त्या दगडाचे वस्तुमान चंद्रावर पण तेवढेच असेल.

वजन : एखाद्या वस्तूला पृथ्वी ज्या गुरुत्वीय बलाने आकर्षित करते, त्या बलाला वजन असे म्हणतात. m वस्तुमान असलेल्या वस्तूवर पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल (F) चे खालीलप्रमाणे समीकरण असते.

$$\text{वजन, } W = F = mg$$

60 kg वस्तुमान असलेली वस्तू जर चंद्रावर नेली आणि तिचे वजन केले तर ते 60 kg येणार नाही. असे का? कारण चंद्राचे गुरुत्वाकर्षण बल पृथ्वीपेक्षा सहा पटीने कमी आहे. त्या वस्तूचे वजन चंद्रावर- 60/6 म्हणजे 10 kg एवढे येईल परंतु वस्तुमान 60 kg च असेल कारण चंद्रावर नेले तरी त्या दगडातील कणांचा साठा तेवढाच राहिल.

## मुक्त पतन

- जर एखादी वस्तू फक्त गुरुत्वीय बलाच्या प्रभावामुळे गतिमान होत असेल तर त्या गतीला मुक्त पतन म्हणतात. मुक्त पतनात सुरुवातीचा वेग, ( $u = 0$ ) आणि गुरुत्वीय त्वरण ( $a$ ) चे मूल्य  $g$  च्या समान असते.
- मुक्त पतनात वस्तूचा जमिनीवर पडतानाचा वेग आणि त्याला लागणारा वेळ आपण न्यूटनच्या गतिविषयक समीकरणाद्वारे काढू शकतो:

1.  $v = u + at$  (पहिले समीकरण)
2.  $s = ut + \frac{1}{2} at^2$  (दुसरे समीकरण)
3.  $v^2 - u^2 = 2as$  (तिसरे समीकरण)

मुक्त पतनासाठी  $u = 0$  आणि  $a = g$  असते. तर वरती दिलेली समीकरणे आपण असेही लिहू शकतो.

- 1)  $v = gt$
- 2)  $s = \frac{1}{2}gt^2$
- 3)  $v^2 = 2gs$

मुक्त पतनाविषयी अधिक माहिती मिळविण्यासाठी व्हिडीओ पाहा :

<https://www.youtube.com/watch?v=eRNC5kcvINA>

उदाहरण 2: एक टेनिस चा चेंडू वरती फेकला आणि तो 4.05m उंचीवर पोहचून खाली आला. त्याचा सुरुवातीचा वेग किती असेल? त्याला खाली येण्यासाठी किती वेळ लागेल? g चे मूल्य 10 m/s<sup>2</sup>.

दिलेले आहे की :

जेव्हा चेंडू वरती फेकला जातो, तेव्हा त्याचा शेवटचा वेग,  $v = 0$  m/s

चेंडूने पार केलेले अंतर = 4.05 m

चेंडूचे त्वरण,  $a = -g = -10$  m / s<sup>2</sup> ( कारण चेंडू गुरुत्वाकर्षणाच्या विरुद्ध जात आहे.)

तुम्हांला शोधायचे आहे: 1) चेंडूचा सुरुवातीचा वेग,  $u = ?$  2) खाली येण्यासाठी लागणारा वेळ,  $t = ?$

न्यूटनच्या गतिविषयक तिसऱ्या नियमाचा उपयोग करून ,

$$V^2 - u^2 = 2as$$

मूल्यांना वरील समीकरणामध्ये आणून :

$$(0)^2 - (u)^2 = 2 \times (-10) \times 4.05$$

$$(-u)^2 = -81$$

$$\text{म्हणजेच } (u)^2 = 81, \quad u = 9$$

यामुळे चेंडूचा सुरुवातीचा वेग 9 m / s आहे.

2) आता, पाहूयात की काय होते जेव्हा चेंडू खाली येत असतो,

जर आपण मानले की, 't' चेंडूला खाली येण्यासाठी लागणारा कालावधी आहे.

आता चेंडूचा सुरुवातीचा वेग = 0 m/s बनला जातो.

$$a = g = 10 \text{ m / s}^2$$

आता न्यूटनच्या दुसऱ्या समीकरणाचा उपयोग करूया ,

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

आपल्याला मिळाले ,

$$4.05 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

$$4.05 = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

$$4.05 = 5 t^2$$

$$t^2 = 4.05 / 5$$

$$t = 0.9 \text{ s}$$

यावरून , चेंडूला मैदानापर्यंत पोहचण्यासाठी 0.9 s वेळ लागेल. वरती जाण्यासाठी तेवढाच वेळ लागेल.

अशाप्रकारे, एकूण वेळ =  $2 \times 0.9 = 1.8$  s होईल.

## गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा

- कोणत्याही वस्तूमध्ये स्थिती आणि ठिकाणामुळे तयार होणाऱ्या ऊर्जेला स्थितिज ऊर्जा म्हणतात. जस – जसे आपण अधिकाधिक उंचीवर जातो, स्थितिज ऊर्जा वाढत जाते. जमिनीवर स्थितिज ऊर्जेचे मूल्य शून्य असते.
- 'm' वस्तुमान आणि पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून 'h' उंचीवर असलेल्या वस्तूची स्थितिज ऊर्जा  $mgh$  असते.
- जेव्हा उंची  $h$  वाढते, तेव्हा  $g$  कमी होतो. पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून अनंत अंतरावर,  $g$  शून्य होतो तर,

$$\text{स्थितिज ऊर्जा} = 0$$

- आणि छोट्या अंतरांवर किंवा उंचीवर स्थितिज ऊर्जा नकारात्मक होते:

$$\text{स्थितिज ऊर्जा} = - GMm / R+h$$

जेथे,  $G$  = गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक,  $M$  = पृथ्वीचे वस्तुमान,  $R$  = पृथ्वीची त्रिज्या,  $h$  = उंची.

## मुक्तिवेग

- मुक्तिवेग असा वेग आहे ज्यामध्ये कोणतीही वस्तू पृथ्वीच्या गुरुत्वाकर्षण बलापासून मुक्ति मिळवू शकते किंवा त्यापासून वाचू शकते.
- उदाहरणार्थ : जेव्हा एखाद्या चेंडूला वरच्या दिशेला फेकले जाते, तेव्हा काही उंचीवर जाऊन तो पुन्हा खाली येऊ लागतो.
- चेंडू किती उंचीवर जाईल हे त्याच्या सुरुवातीच्या वेगावर अवलंबून असते.
- सुरुवातीचा वेग जेवढा जास्त असेल, चेंडू तेवढ्याच उंचीवर पोहचतो, ज्यामुळे  $g$  चे मूल्य कमी होते आणि चेंडू खालच्या दिशेला खेचणारे पृथ्वीचे गुरुत्वाकर्षण बल देखील कमी होते.
- यामुळे चेंडूला सुरुवातीच्या जास्त वेगाने फेकल्यास, तो जास्त उंचीवर पोहचू शकतो आणि पृथ्वीच्या गुरुत्वाकर्षण बलापासून मुक्ति मिळवू शकतो. नंतर पृथ्वीवर परतणार नाही. असा वेग ज्याच्या मदतीने चेंडू वरच्या दिशेला फेकला तर परत येणार नाही, त्याला मुक्ति वेग म्हणतात.
- मुक्ति वेगासाठी खालील समीकरण आहे : मुक्ति वेग,

$$V_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/R}$$

$$\text{मुक्ति वेग, } V_{\text{esc}} = \sqrt{2gR}$$

उदाहरण 3 : चंद्राचे वस्तुमान आणि त्रिज्या क्रमशः  $7.34 \times 10^{22}$  Kg आणि  $1.74 \times 10^6$  m आहे. तर चंद्रावर मुक्ति वेग जाणून घ्या.

दिलेली माहिती : गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक,  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$

चंद्राचे वस्तुमान ,  $M = 7.34 \times 10^{22}$  Kg

चंद्राची त्रिज्या,  $R = 1.74 \times 10^6$  m

तुम्हांला शोधायचे आहे : मुक्ति वेग,  $v_{\text{esc}} = ?$

$$\text{सूत्राचा वापर करून , मुक्ति वेग, } V_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/R}$$

सूत्रामध्ये मूल्य टाकून  $V_{\text{esc}} = 2.37 \text{ km/s}$

चंद्रावर मुक्तिवेग  $2.37 \text{ km/s}$  एवढा आहे .

### सराव प्रश्न : गुरुत्वाकर्षण

#### प्र.1: रिकाम्या जागा भरा:

1. कोणत्याही वस्तूवर लागणारा धक्का,ओढ, किंवा दाब यांना .....म्हणतात.
2. बलाला .....मध्ये मोजले जाते.
3. गुरुत्वाकर्षण बल जगातील कोणत्याही ठिकाणी असलेल्या वस्तूवर कार्य करू शकते. यासाठी यास .....म्हणतात.
4. कोणत्याही वस्तूच्या वर्तुळाकार मार्गावर फिरण्याला..... म्हणतात.
5. असे बल ज्याबरोबर दगड किंवा कोणतीही वस्तू वर्तुळाकार मार्गामध्ये वर्तुळाच्या केंद्राकडे खेचली जाते, त्यास.....
6. कक्षा किंवा मार्ग ज्यामध्ये उपग्रह, ग्रहाच्या चारीबाजूला फिरतो तो आकाराने .....असतो.
7. ....ने ग्रहांच्या गतीचा नियम दिला .
8. एखाद्या वस्तूमध्ये समाविष्ट(आतमध्ये आढळणाऱ्या) द्रव्याच्या प्रमाणाला .....म्हणतात.
9. वस्तुमानाचे SI एकक .....आहे.
10. कोणत्याही वस्तूमध्ये स्थिती किंवा ठिकाणामुळे तयार होणाऱ्या ऊर्जेला .....म्हणतात.



11. जमिनीवर स्थितिज ऊर्जेचे मूल्य .....असते.

12. मुक्तपतनात सुरुवातीचा वेग .....असतो.

**प्र.2 : एका वाक्यात उत्तर द्या.**

1. ग्रहांच्या गतीविषयी केप्लरने सांगितलेला पहिला नियम सांगा.
2. ग्रहांच्या गतीविषयी केप्लरने सांगितलेला दुसरा नियम सांगा.
3. ग्रहांच्या गतीविषयी केप्लरने सांगितलेला तिसरा नियम सांगा.
4. मुक्त पतन म्हणजे काय?
5. न्यूटनचा वैश्विक गुरुत्वाकर्षण नियम काय आहे?
6. मुक्ति वेग म्हणजे काय?
7. न्यूटनची गतिविषयक समीकरणे लिहा.
8. न्यूटन चे गतिविषयक नियम मुक्त पतनाच्या वेळी कशाप्रकारे बदलतात?

**प्र.3 .जोड्या जुळवा**

**A**

- 1) वजन
- 2) अभिकेंद्री बल
- 3) स्थितिज ऊर्जा
- 4) न्यूटनचा गुरुत्वाकर्षण नियम
- 5) गुरुत्वीय त्वरण

**B**

- mgh  
 $g=GM/r^2$   
 $F= mv^2/r$   
 $W = F= mg$   
 $F= Gm_1 m_2/d^2$