

## द्विघात समीकरण

निम्नलिखित समीकरणों को गुणखंड विधि द्वारा हल कीजिए।

1.  $x^2 + 3x - 18 = 0$

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$x^2 + 6x - 3x - 18 = 0$$

$$x(x + 6) - 3(x + 6) = 0$$

$$(x + 6) = 0 \text{ या } (x - 3) = 0$$

$$x = -6 \text{ या } x = 3$$

रफ कार्य

$$-6 \times 3 \quad -6 + 3 = -3$$

$$\text{या } -3 \times 6 \quad -3 + 6 = 3$$

$$\text{या } -9 \times 2 \quad -9 + 2 = -7$$

बिना मूल ज्ञात किए, निम्न समीकरणों के मूलों की प्रकृति पर टिप्पणी कीजिए:

(i)  $3x^2 - 7x + 2 = 0$

समीकरण  $3x^2 - 7x + 2 = 0$  की तुलना  $ax^2 + bx + cz = 0$  से करने पर

$$a = 3, b = -7, c = 2$$

समान मूलों के लिए -

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-7)^2 - 4 \times 3 \times 2$$

$$D = 49 - 24$$

$$D = 25$$

यहाँ  $D > 0$  है। अतः समीकरण के दो वास्तविक भिन्न मूल होंगे।

द्विघात सूत्र से निम्न समीकरण को हल कीजिए।

(i)  $y^2 - 14y + 13$

समीकरण  $y^2 - 14y + 13$  की तुलना  $ax^2 + bx + cz = 0$  से करने पर

$$a = 1, b = -14, c = +13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \times 1 \times (13)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 52}}{2 \times 1}$$



$$x = \frac{14 \pm \sqrt{144}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{14 \pm 12}{2}$$

अतः समीकरण के मूल

$x = \frac{14 + 12}{2}$	$x = \frac{14 - 12}{2}$
$x = \frac{26}{2}$	$x = \frac{2}{2}$
$x = 13$	$x = 1$

### शाब्दिक प्रश्न

1. दो संख्याओं का योगफल 15 है | यदि इसके व्युत्क्रमों का योगफल  $\frac{3}{10}$  हो तो दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए |

हल: माना कि एक संख्या =  $x$  तब प्रश्न के अनुसार

$$\text{दूसरी संख्या} = 15 - x$$

$$\text{अब पुनः प्रश्न के अनुसार इनके व्युत्क्रमों का योग} = \frac{3}{10}$$

$$\text{अर्थात: } \frac{1}{x} + \frac{1}{15-x} = \frac{3}{10}$$

$$\text{या } \frac{(15-x)+x}{x(15-x)} = \frac{3}{10}$$

$$\text{या } \frac{15}{x(15-x)} = \frac{3}{10}$$

$$\text{या } \frac{15 \times 10}{3} = 15x - x^2$$

$$\text{या } 50 = 15x - x^2$$

$$\text{या } x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$\text{या } x^2 - 10x - 5x + 50 = 0$$

$$\text{या } x(x - 10) - 5(x - 10) = 0$$

$$\text{या } (x - 10)(x - 5) = 0$$

$$\text{या } x - 10 = 0 \text{ या } x - 5 = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ या } x = 5$$

अतः अभीष्ट संख्याएँ 5 और 10 हैं |



2. एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ  $x - 1$ ,  $x$  तथा  $x + 1$  हैं | का मान ज्ञात कीजिए व त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात कीजिए | {NIOS Board 2014}

हल: समकोण त्रिभुज की भुजाएँ  $x - 1$ ,  $x$  तथा  $x + 1$

क्योंकि समकोण त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा कर्ण होती है |

अतः इस समकोण त्रिभुज का कर्ण  $= x + 1$

पाइथागोरस प्रमेय से कर्ण<sup>2</sup> = आधार<sup>2</sup> + लम्ब<sup>2</sup>

$$(x + 1)^2 = (x - 1)^2 + x^2$$

$$\text{या } x^2 + 2x + 1^2 = x^2 - 2x + 1^2 + x^2$$

$$\text{या } 2x = x^2 - 2x$$

$$\text{या } x^2 - 4x = 0$$

$$\text{या } x(x - 4) = 0$$

$$\text{या } x = 0, \text{ or } (x - 4) = 0$$

$$x = 4$$

अतः समकोण त्रिभुज की भुजाएँ = **3, 4, 5** हैं |

3. दो वर्गों के क्षेत्रफलों के योगफल 41 वर्ग सेमी है | यदि उनके परिमापों का योगफल 36 सेमी हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए |

**हल :** माना एक वर्ग की भुजा =  $x$  व दूसरे वर्ग की भुजा =  $y$

पहले वर्ग का परिमाप =  $4x$

दूसरे वर्ग का परिमाप =  $4y$

प्रश्न से  **$4x + 4y = 36$**

$$\text{या } x + y = 9$$

$$\text{या } y = 9 - x \text{ .....(i)}$$

इनके क्षेत्रफलों का योगफल = 41 वर्ग सेमी

$$x^2 + y^2 = 41 \text{ ..... (ii)}$$

समीकरण (i) से  $y$  का मान (ii) में रखने पर

$$x^2 + (9 - x)^2 = 41$$

$$\text{या } x^2 + 81 - 18x + x^2 = 41$$

$$\text{या } 2x^2 + 40 - 18x = 0$$

$$\text{या } x^2 - 9x + 20 = 0$$



$$\text{द्विघात सूत्र से } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(1)(20)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{9+1}{2} \text{ या } x = \frac{9-1}{2}$$

$$x = 5 \text{ या } x = 4$$

गुणखंड विधि से

$$x^2 - 5x - 4x + 20 = 0$$

$$\text{या } x(x - 5) - 4(x - 5) = 0$$

$$\text{या } (x - 5)(x - 4) = 0$$

$$\text{या } x = 5 \text{ या } x = 4$$

यदि  $x = 4$  तब  $y = 5$  और  $x = 5$  तब  $y = 4$

अतः वर्गों की भुजाएँ = 5 सेमी व 4 सेमी है।

एक दो अंको की संख्या के अंको का गुणनफल 12 है। यदि संख्या में 9 जोड़ दिया जाए, तो अंको के स्थान पलट जाते हैं।

हल : माना कि संख्या के इकाई का अंक =  $x$  व दहाई का अंक =  $y$  है।

$$\text{संख्या} = 10y + x$$

$$\text{प्रश्नानुसार : } xy = 12$$

$$y = 12/x \quad \text{.....(i)}$$

$$\text{पुनः प्रश्नानुसार: } 10y + x + 9 = 10x + y ;$$

$$10x - x - 10y + y = 9$$

$$9x - 9y = 9$$

$$x - y = 1 \quad \text{.....(ii)}$$

समीकरण (ii) में  $y = 12/x$  रखने पर

$$x = 1 + 12/x$$

$$x = (12 + x)/x$$

$$x(x) = 12 + x$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$$

$$x(x - 4) + 3(x - 4) = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ or } x = -3$$

क्योंकि संख्या के इकाई का अंक ऋणात्मक नहीं हो सकता है।  $x = 4$

$x = 4$  समीकरण (i) में रखने पर

$$y = 12/4$$

$$y = 3$$

