13

ચતુષ્કોણો

પરિચય

તમે આસપાસ જોશો તો તમને ઘણી વસ્તુઓ ચાર રેખાઓથી ઘેરાયેલી જોવા મળશે. પુસ્તક, બારી-બારણું, બારીની જાળીના કેટલાક ભાગ, બ્રેડ-સ્લાઈસ, તમારા ઓરડાની લાદી એ બધાની સપાટીએ ચાર રેખાખંડોથી ઘેરાયેલ બંધ આકૃતિનાં ઉદાહરણો છે. આવી આકૃતિ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.

Quadrilateral શબ્દ બે શબ્દ 'quadric' એટલે ચાર તેમજ 'lateral' બાજુઓ પરથી ઉદ્ભવ્યો છે. આમ ચતુષ્કોણ એ એવી ભૌમિતિક આકૃતિ છે, જેને ચાર બાજુઓ છે જે સમતલના ખંડને ઘેરે છે.

આ પ્રકરણમાં ચતુષ્કોણના પદો તેમજ સંકલ્પનાઓ વિશે તેમના ગુણધર્મો સહિત શીખીશું.

હેતુઓ

આ પાઠ શીખ્યા પછી, અધ્યેતા :

- વિવિધ પ્રકારના ચતુષ્કોણો જેમ કે સમલંબ ચતુષ્કોણ, સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ, લંબચોરસ, સમબાજુ ચતુષ્કોણ અને ચોરસ વિશે વર્ણન કરી શકશે.
- વિવિધ પ્રકારના ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો ચકાસી શકશે.
- ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બે બાજુઓના મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ ત્રીજી બાજુને સમાંતર હોય છે. અને તેના કરતાં અડધો હોય છે તેની ચકાસણી કરી શકશે.
- ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી બીજી બાજુને દોરેલ સમાંતર રેખા ત્રીજી બાજુને દ્વિભાગે છે તે ચકાસી શકશે.
- જો ત્રણ કે વધુ સમાંતર રેખાઓ હોય અને છેદિકા પર તેમનાથી બનતા અંતરિત ખંડો સમાન હોય તો બીજી કોઈ છેદિકા પર અનુરૂપ અંતરિક ખંડો સમાન હોય છે તેની ચકાસણી કરી શકે.
- સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ તેને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે ત્રિકોણમાં વિભાગે છે તે ચકાસણી શકે.
- સાબિત કરી શકે કે સમાન (કે એક જ) પાયા પર રહેલા અને તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેના સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે.

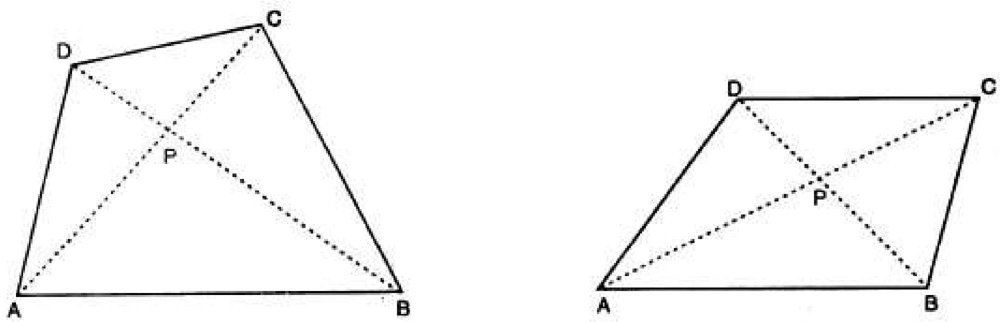
- *એક જ અથવા સમાન પાયા પરના અને એકજ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેના ત્રિકોણ ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે અને તેનું પ્રતીપ ચકાસી શકશે.*

અપેક્ષિત પૂર્વજ્ઞાન

- *આપેલ માપના રેખાખંડ અને ખૂણા દોરવા.*
- *આપેલ ત્રિજ્યાનાં વર્તુળ / ચાપ દોરવા.*
- *સમાંતર અને લંબરેખાઓ દોરવી.*
- *સંખ્યાઓ પર ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ.*

13.1 ચતુષ્કોણ

યાદ કરો કે જો સમતલમાં A,B,C અને D એવાં ચાર બિંદુઓ હોય, જેથી તેમાંના કોઈ પણ ત્રણ (બિંદુઓ) સમરેખ ન હોય અને રેખાખંડ AB,BC,CD અને DA તેમના અંત્ય બિંદુઓ સિવાય છેદતા નથી તો ચાર રેખાખંડોથી રચાયેલ બંધ આકૃતિ એ A,B,C અને D શિરોબિંદુઓવાળો ચતુષ્કોણ કહેવાય છે. A,B,C અને D શિરોબિંદુઓ સાથેનો ચતુષ્કોણ (સંકેતમાં)□ (ચતુષ્કોણ) ABCD એમ દર્શાવાય છે. આકૃતિ 13.1 () અને () માં, બંને ચતુષ્કોણને ચતુ. ABCD નામ આપી શકાય.



આકૃષિ. 13.1

(i) AB અને DC ; BC અને AD સામસામેની બાજુઓની બે જોડ છે.

(ii) ∠ A અને C ; B અને D એ સામસામેના ખૂણાઓની બે જોડ છે.

(iii) AB અને BC ; BC અને CD એ ક્રમિક બાજુઓ અથવા આસન્ન બાજુઓની બે જોડ છે. ક્રમિક ખૂણાઓની બાજી જોડનાં નામ તમે આપી શકશો ?

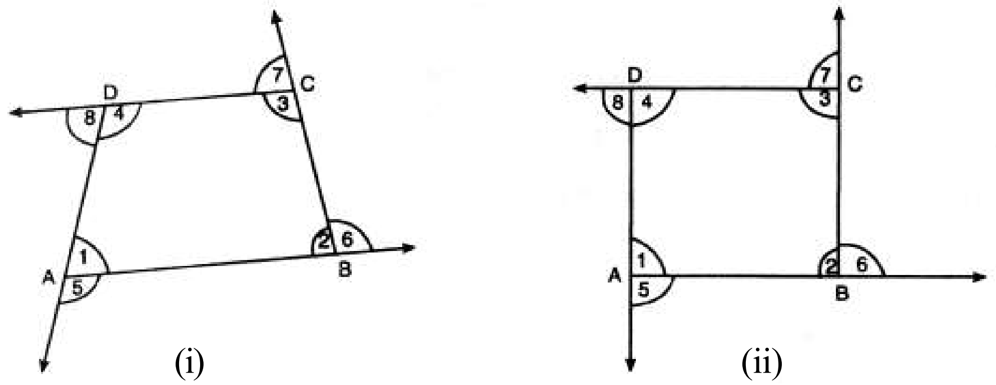
(iv) A અને B ; B અને C એ ક્રમિક ખૂણાઓ અથવા આસન્ન ખૂણાઓની બે જોડ છે. ક્રમિક ખૂણાઓની અન્ય જોડનાં નામ તમે આપી શકશો ?

(v) AC અને BD એ બે વિકર્ણો છે.

આકૃષિ 13.2, માં. 1, 2, 3 અને 4 થી દર્શાવાયેલ ખૂણાઓ એ ચતુ. ABCD. ના અંદરના ખૂણાઓ

અથવા ખૂણાઓ છે. 5,6,7 અને 8 દર્શાવેલ ખૂણા ચતુ. ABCD. ના બહારના ખૂણાઓ છે.

1, 2, 3 અને 4. માપો



(i) (ii)

આકૃતિ. 13.2

આ ખૂણાઓનો સરવાળો કેટલો થયો ? તમે જોશો કે . 1+ 2+ 3+ 4 = 360°.

અર્થાત્ ચતુષ્કોણના અંદરના ખૂણાઓનો સરવાળો 360^0 હોય છે.

વળી, ચતુષ્કોણ ABCD ના બહારના ખૂણાઓનો સરવાળો કેટલો ?

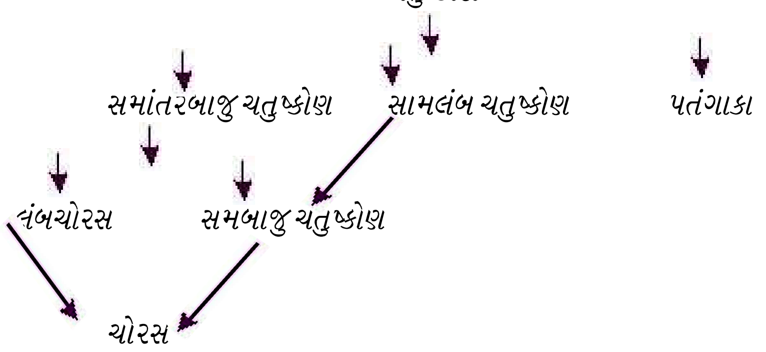
∠

તમે ફરીથી જોશો કે 5 + 6 + 7 + 8 = 360°

અર્થાત્ ચતુષ્કોણના બહારના ખૂણાઓનો સરવાળો પણ 360^0 હોય છે.

13.2 ચતુષ્કોણના પ્રકારો

તમે ચતુષ્કોણ અને તેમના વિવિધ આકારોથી પરિચિત છે, તમે એ પણ જાણો છે કે તમને કેવી રીતે નામ અપાય. જો કે, આપણે વિવિધ પ્રકારના ચતુષ્કોણો વિશે પદ્ધતિસર શીખીએ. નીચે આકૃતિ 13.3 માં ચતુષ્કોણનું કુટુંબ વૃક્ષ આપેલ છે.

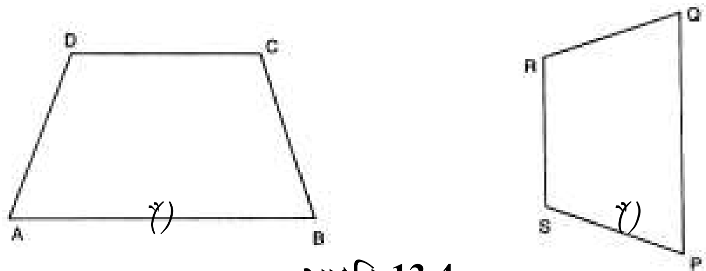


આકૃતિ. 13.3

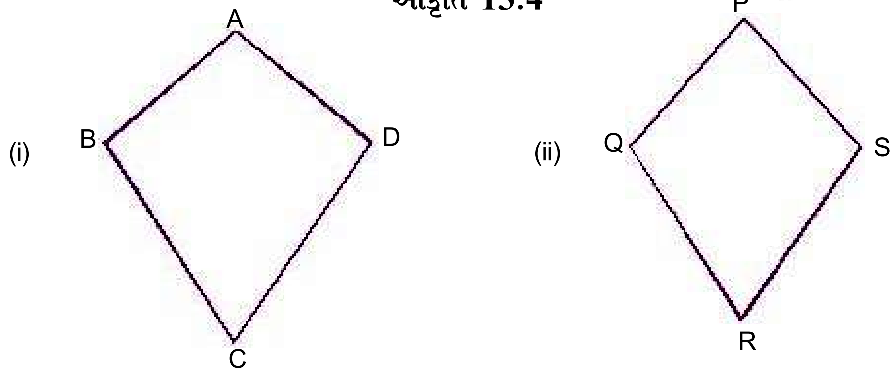
તેમનું એક પછી એક વર્ણન કરીએ.

13.5.1 સમલંબ ચતુષ્કોણ

જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એક જોડ સમાંતર હોય, તેને સમલંબ ચતુષ્કોણ કહે છે. આકૃતિ 13.4 (i) અને (ii) માં ABCD અને PQRS સમલંબ ચતુષ્કોણ છે, જેમાં અનુક્રમે AB || DC અને PQ || SR છે.



આકૃતિ 13.4

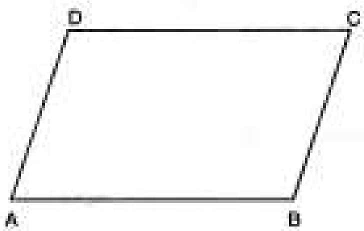


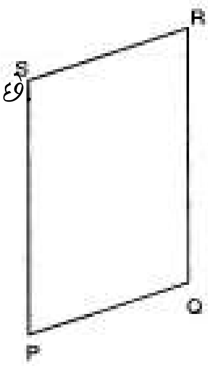
13.5.2 પતંગાકાર ચતુષ્કોણ

જે ચતુષ્કોણમાં સમાસામેની જોડ સમાંતર હોય, તેને સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે. આકૃતિ 13.5 (ii) માં ABCD અને PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણો છે, જેમાં AB || DC અને AD || BC છે. તેને સંકેતમાં ||gm ABCD (સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ ABCD) વડે અને જેમાં PQ || SR અને SP || RQ છે તેને સંકેતમાં

નોંધ : 13.5.2 પતંગાકાર ચતુ. સાથે જોડેલા કાગળમાં છે.

||gm PQRS (સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ PQRS) વડે દર્શાવાય છે.

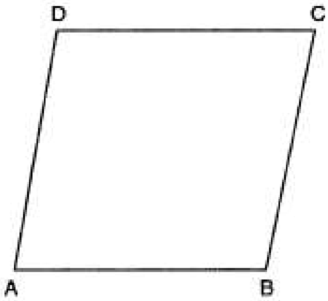




13.4 સમબાજુ ચતુષ્કોણ

સમબાજુ ચતુષ્કોણ એ એવો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે, જેમાં આસન્ન બાજુઓની કોઈ પણ જોડ સમાન હોય છે. આકૃતિ 13.7 માં ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

તમે નોંધ લો કે ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે, જેમાં AB = BC = CD = DA *અર્થાત્ આસન્ન બાજુઓની દરેક જોડ સમાન છે.*

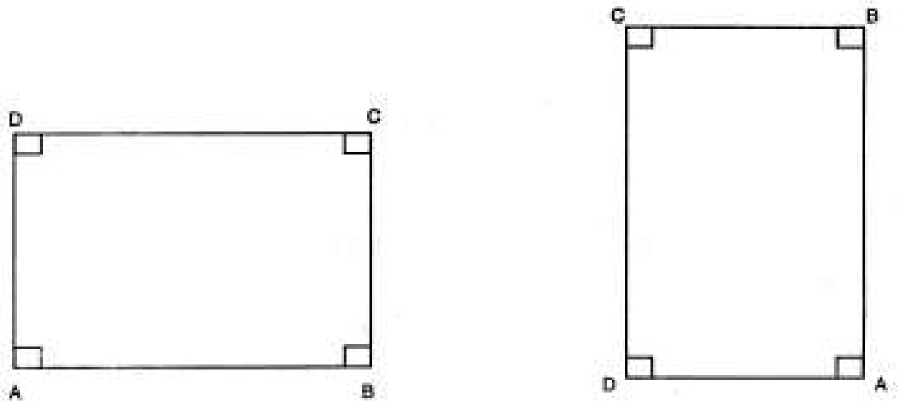


આકૃતિ 13.7

13.5.4 લંબચોરસ

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેનો એક ખૂણો કાટકોણ હોય તેને લંબચોરસ કહે છે. આકૃતિ 13.8 માં ABCD *એ લંબચોરસ છે. જેમાં* AB || DC . AD || BD *અને* A= B = C= D = 90^0

∠

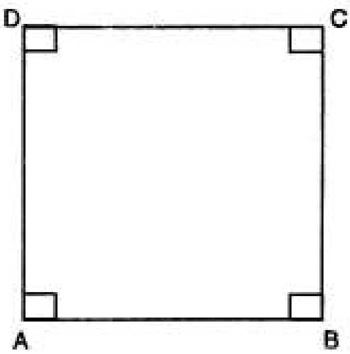


આકૃતિ 13.5

13.6 ચોરસ

ચોરસ એ એવો લંબચોરસ છે, જેમાં આસન્ન બાજુઓની જોડ સમાન હોય છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો, તમામ બાજુઓ સમાન અને દરેક ખૂણો કાટકોણ હોય તેવા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને ચોરસ કહે છે.

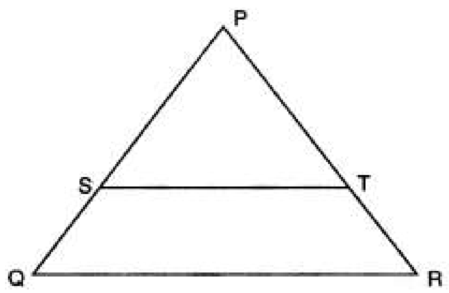
આકૃતિ - 13.9



સ
આકૃતિ 13.9 માં ABCD એ ચોરસ છે, જેમાં AB || DC, AD || BC અને AB = BC =DA અને A = B = C = D = 90^0

આ બધું દર્શાવવાં કેટલાંક ઉદાહરણો લઈએ,

ઉદાહરણ 13.1 : આકૃતિ 13.10માં, PQR એક ત્રિકોણ છે. S અને T અને T, PQ બાજુઓ પર બે બિંદુઓ છે, જેથી ST || QR આમ રચાયેલ ચતુષ્કોણ STRQ ના પ્રકારનું નામ આપો.



આકૃતિ 13.10

ઉકેલ : ચતુષ્કોણ STRQ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે, કારણ કે ST || QR

ઉદાહરણ 13.૨ : ચતુષ્કોણના ત્રણ ખૂણા 100^0, ૫$0^0$ અને 70^0 છે. તો ચોથા ખૂણાનું માપ શોધો.

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ કે ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનો સરવાળો 3600 છે.

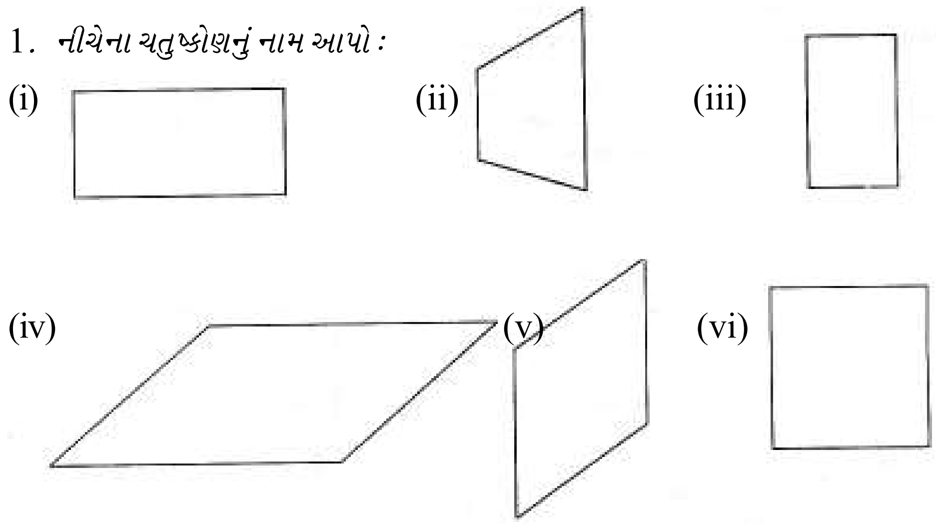
ધારો કે ચોથો ખૂણો x છે.

$$\text{Then } 100^\circ + 50^\circ + 70^\circ + x^\circ = 360^\circ$$
$$220^\circ + x^\circ = 360^\circ$$
$$x = 140$$

તેથી, ચોથા ખૂણાનું માપ 140^0 થાય.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.1

1. નીચેના ચતુષ્કોણનું નામ આપો :



આકૃતિ 13.11

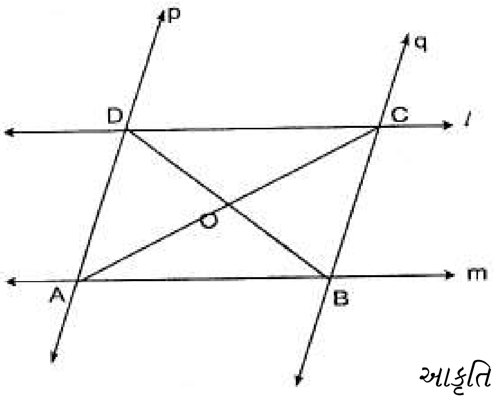
2. નીચેનાં પૈકી ક્યાં વિધાન સાચાં છે તે જણાવો.
   (i) ચતુષ્કોણના અંદરના ખૂણાઓનો સરવાળો 3600 છે.
   (ii) તમામ લંબચોરસ ચોરસ હોય છે.
   (iii) લબંચોરસ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
   (iv) ચોરસ એ સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
   (v) સમબાજુ ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
   (vi) ચોરસ એ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.
   (vii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એ સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
   (viii) સમલંબ ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
   (ix) સમલંબ ચતુષ્કોણ એ લંબચોરસ છે.
   (x) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.
3. એક ચતુષ્કોણમાં તેના તમામ ખૂણા સમાન છે, તો દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.
4. ચતુષ્કોણના ખૂણાઓનાં માપ 5:7:7:11 ના પ્રમાણમાં છે. દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.
૫. જો ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓની જોડ પૂરક હોય, તો ખૂણાઓની બીજી જોડ માટે તમે શું કહી શકશો ?

13.3 વિવિધ પ્રકારના ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો

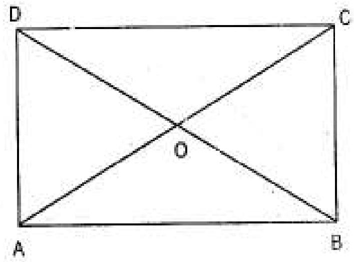
1 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો

આપણે શીખી ગયા કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એ સાસામેની બાજુઓની બંને જોડ સમાંતર હોય તેવો ચતુષ્કોણ છે. હવે આપણે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓ, ખૂણા અને વિકર્ણો વચ્ચે કાંઈક સંબંધ પ્રસ્થાપિત કરીએ.

આકૃતિ 13.1૨ માં દર્શાવ્યા મુજબ, સમાંતર રેખાઓની જોડ l અને m દોરો. સમાંતર રેખાઓની બીજી જોડ p અને q દોરો, જે l અને m ને છેદે. તમે જોશો કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD રચાયો છે. AC અને BD જોડો. તેઓ એકબીજાને O માં છેદે છે.



આકૃતિ 13.12



હવે બાજુઓ AB, BC, CD અને DA. માપો. તમે શું જુઓ છો ?

તમે જોશો કે AB = DC અને BC = AD.

વળી ABC, BCD, CDA અને DAB. માપો

તમે શું જુઓ છો ?

તમે જોશો કે DAB = BCD અને ABC = CDA

ફરીથી OA, OC, OB અને OD. માપો

તમે શું જુઓ છો ?

તમે જોશો કે OA = OC અને OB = OD

બીજો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો અને પ્રવૃત્તિ ફરીથી કરો. તમે જોશો કે :

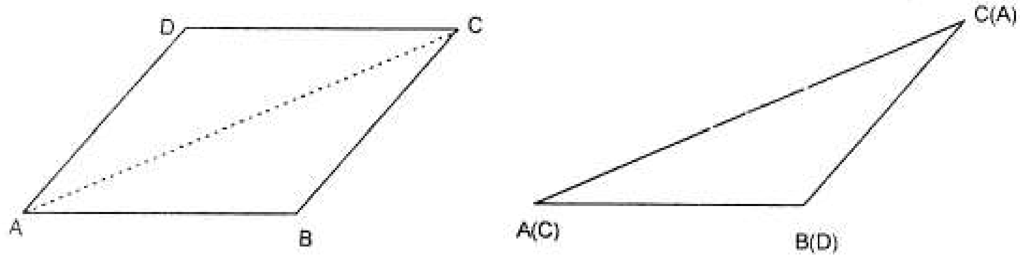
(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની સામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.

(ii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના સામેના ખૂણા સમાન હોય છે.

(iii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને દ્વિભાગે છે.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ઉપર્યુક્ત ગુણધર્મો કાર્ડબોર્ડ મોડેલ દ્વારા ચકાસી શકાય, જે નીચે પ્રમાણે છે :

એક કાર્ડબોર્ડ લઈએ. તેના પર કોઈ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. આકૃતિ 13.13 માં દર્શાવ્યા મુજબ તેનો વિકર્ણ AC દોરો. કાર્ડબોર્ડમાંથી સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD કાપો. હે આ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને વિકર્ણ AC પર કાપો. આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ બે ભાગમાં વિભાગાયેલ છે અને તે દરેક ભાગ ત્રિકોણ છે.



આકૃતિ - 13.13

બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો, તમને બે ત્રિકોણો મળે છે, ABC અને ABC હવે ABC ને ABC પર મૂકો, એવી રીતે કે શિબરોબિંદુ D શિરોબિંદુ B પર પડે છે અને બાજુ CD બાજુ AB પર પડે છે.

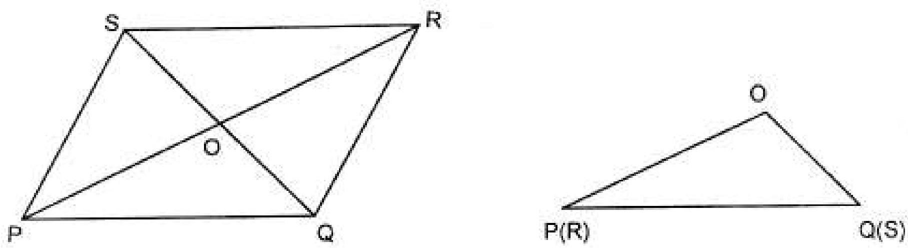
બિંદુ C ક્યાં પડે છે ?

બિંદુ A ક્યું પડે છે ?

તમે જોશો કે ABC, ABC ને બંધ બેસે છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો ABC ABC

વળી, AB = CD અને BC = AD અને B = D

તમે આ પ્રવૃત્તિ બીજા કેટલાક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ લઈને ફરીથી કરો. તમે હંમેશાં તે જ પરિણામો મેળવશો, જે અગાઉ ચકાસ્યાં છે, આમ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ઉપર્યુક્ત બે ગુણધર્મો સાબિત થાય છે. હવે તમે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો ત્રીજો ગુણધર્મ સાબિત કરી શકો અર્થાત્ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને દ્વિભાગે છે. ફરીથી પાતળું કાર્ડબોર્ડ લો. તેની પર કોઈ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRS દોરો. તેના વિકર્ણો PR અને QS દોરો. જે આકૃતિ 13.14 માં દર્શાવ્યા મુજબ એકબીજાને 0 માં છેદે છે. હવે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRS ને કાપો.



આકૃતિ 13.14

વળી POQ અને ROS શોધો.

હવે ROS અને POQ એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી શિરોબિંદુ R શિરોબિંદુ P પર બંધ બેસે છે અને RO બાજુ PO સુસંગત છે.

બિંદુ S ક્યાં પડે છે ?

બાજુ OS ક્યાં પડે છે ?

શું ROS $\cong$ POQ ? હા, તે છે.

તેથી, તમે શું જુઓ છો ?

આપણે જોઈશું કે RO = PO અને OS = OQ

તમે આ ગુણધર્મ ત્રિકોણોની બીજી જોડ અર્થાત્ POS અને POQ લઈને પણ ચકાસી શકો. ફરીથી તમે તે જ પરિણામ પર આવશો.

વળી તમે નીચેના ગુણધર્મો પણ ચકાસી શકશો જે અગાઉ સાબિત કરેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણધર્મોના પ્રતીપ છે.

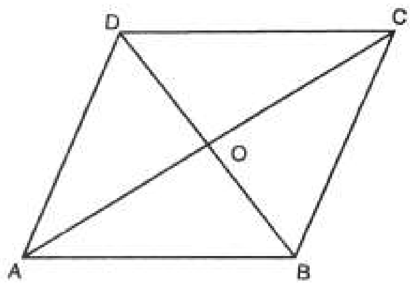
(i) ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, જો તેની સામસામેની બાજુઓ સમાન હોય.

(ii) ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, જો તેના સામસામેના ખૂણા સમાન હોય.

(iii) ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, જો તેના વિકર્ણો એકબીજાને દ્વિભાગે.

13. 2 સમબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો

અગાઉના વિભાગમાં આપણે સમબાજુ ચતુષ્કોણની વ્યાખ્યા કરી. આપણે જાણીએ છીએ કે સમબાજુ ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે, જેમાં આસન્ન બાજુઓની જોડ સરખી હોય છે. આકૃતિ 13.1 માં ABCD એ સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



આકૃતિ 13.15

આમ, ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. જેમાં AB = BC દરેક સમબાજુ ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ

ચતુષ્કોણ હોઈ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના તમામ ગુણધર્મો સમબાજુ ચતુષ્કોણ માટે સત્ય છે. અર્થાત્

(1) સામસામેની બાજુઓ સમાન હોય.

એટલે કે AB = DC અને AD = BC

(૨) સામસામેના ખૂણા સમાન હોય.

અર્થાત્ A = C અને B = D

(3) વિકર્ણો એકબીજાને દ્વિભાગે

અર્થાત્ AO = OC અને DO = OB

સમબાજુ ચતુષ્કોણની આસન્ન બાજુઓ સમાન હોઈ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણધર્મ પ્રમાણે,

AB = BC = CD = DA

આમ, સમબાજુ ચતુષ્કોણની તમામ બાજુઓ સમાન હોય છે.

AOB અને BOC માપો.

આ ખૂણાનાં માપ શાં ?

તમે જોશો કે દરેક ખૂણો 90^0 છે.

વળી, AOB = COD (દરેક જોડ અભિકોણ છે.)

∠

અને BOC = DOA

∴ AOB = COD = BOC = DOA = 90^0

આમ, સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે દ્વિભાગે છે.

તમે આ પ્રયોગ વિવિધ સમબાજુ ચતુષ્કોણ લઈને ફરી ફરી કરો તો તમે દરેક કિસ્સામાં જોશો કે સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને દ્વિભાગે છે.

આમ, આપણને સમબાજુ ચતુષ્કોણ નીચેના ગુણધર્મો મળે છે.

(1) સમબાજુ ચતુષ્કોણની તમામ બાજુઓ સમાન હોય છે.

(2) સમબાજુ ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણા સમાન હોય છે.

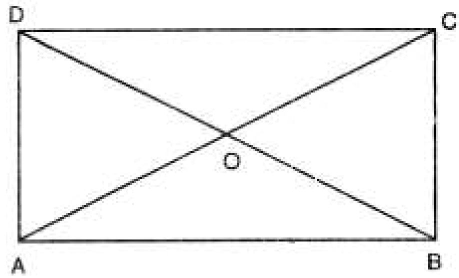
(3) સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે દ્વિભાગે છે.

13.3 લંબચોરસના ગુણધર્મો

આપણે જાણીએ છીએ કે લંબચોરસ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે જેનો એક ખૂણો કાટખૂણો છે. શું તમે કહી શકશો કે લંબચોરસ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના તમામ ગુણધર્મો ધરાવુે છે કે નહિ ? હા, તે ધરાવે છે. ચાલો આપણે લંબચોરસના કેટલાક વધારાના ગુણધર્મો શીખીએ.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD દોરો. જેમા $\angle B = 90^0$.......

આકૃત 13.1 માં દર્શાવ્યા મુજબ AC અને BD જોડો.



આકૃતિ 13.16

$\angle$ BAD, $\angle$ BCD અને $\angle$ ADC માપો; તમે શું જુઓ છો ?

આ ખૂણાઓનાં માપ શાં ?

દરેક કોણનું માપ 90^0 છે. આમ આપણે. તારવછી શકીએ કે, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^0$ અર્થાત્ લંબચોરસનો દરેક ખૂણો 900 માપ છે. હવે વિકર્ણો AC અને BD માપો તમે જુઓ છો કે AC = BD ? હા, તે છે વળી, AO, OC, BO અને DO માપો તમે એ પણ જોશો કે AC = BD અને BO = DO

જુદાં જુદાં પરિમાણોના કેટલાક વધુ લંબચોરસ દોરો, ફરીથી તેમને ABCD તરીકે દર્શાવો. દરેક કિસ્સામાં AC અને BD જોડો. તેમને એકબીજાને O માં છેદવા દો. વળી, દરેક લંબચોરસ માટે AO, OC, OD માપો. દરેક કિસ્સામાં તમે જોશો કે : લંબચોલરસ્ના વિકર્ણો સમાન હોય છે. અને તેઓ એકબીજાને દ્વિભાગે છે. આમ, આપણને લંબચોરસના નીચેના ગુણધર્મો મળે છે.

(i) લંબચોરસની સામસામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.

(ii) લંબચોરસનો દરેક ખૂણો કાટખૂણો હોય છે.

(iii) લંબચોરસના વિકર્ણો સમાન હોય છે.

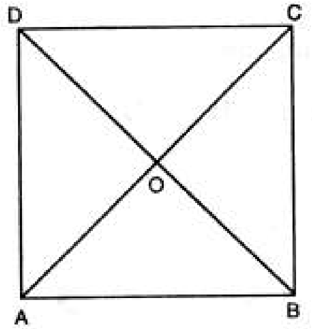
(iv) લંબચોરસના વિકર્ણો એકબીજાને દ્વિભાગે છે.

13.6.ચોરસના ગુણધર્મો

તમે જાણો છો કે ચોરસ એ લંબચોરસ છે, જેમાં આસન્ન બાજુઓની જોડ સમાન હોય છે. હવે, ચોરસની

વ્યાખ્યામાંથી શું તમે તારવી શકશો કે ચોરસ એ લંબચોરસ છે અને તે લંબચોરસના તમામ ગુણધર્મો ધરાવે છે ? હા, તમે છે. હવે આપણે ચોરસના કેટલાક વધુ ગુણધર્મો શીખીએ.

આકૃતિ 13.17 માં દર્શાવ્યા મુજબ ચોરસ ABCD દોરો



આકૃતિ 13.17

ABCD લંબચોરસ હોઈ, આપણને નીચેનાં પરિણામો મળે છે.

(i) AB = DC, AD = BC

(ii) $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^o$

(iii) AC = BD અને AO = OC, BO = OD

પરંતુ ચોરસમાં AB = AD

$\therefore$ (i) ગુણધર્મ આધારે આપણને મળે :

AB = AD = CD = BC.

હવે $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$ અને $\angle AOD$ માપો.

તમે શું જુઓ છો ?

શું દરેક ખૂણાનું માપ 90^0 છે ? હા

આમ, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOC = 90^0$

આમ, આપણે તારવીએ કે ચોરસના વિકર્ણો AC અને BD એકબીજાને કાટખૂણે દ્વિભાગે છે. તમે એ પણ જોશો ચોરસ એ AB = AD સાથે પણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોઈ, ચોરસ ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ પણ છે.

આમ, આપણને ચોરસના નીચેના ગુણધર્મો મળે છે.

(i) ચોરસની તમામ બાજુઓ સમાન હોય છે.

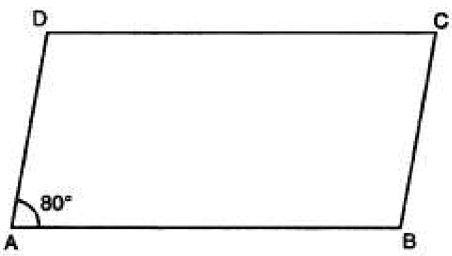
(ii) દરેક ખૂણાનું માપ 900 હોય છે.

(iii) ચોરસના વિકર્ણો સમાન હોય છે.

(iv) ચોરસના વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે દ્વિભાગે છે.

આ દર્શાવતાં કેટલાંક ઉદાહરણો શીખીએ :

ઉદાહરણ : 13.6 : આકૃતિ 13.18 ABCD સમાંતરબ ખૂણાનાં માપ શોધો.



આકૃતિ 13.18

ઉકેલ : ABCD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોઈ,

$\angle A = \angle C =$ અને $\angle B = \angle D$

$\angle A = 80^0$

$\therefore\ C = 80^o$

વળી $AB \parallel DC$

$\therefore\ \angle A + \angle D = 180^o$

$\therefore\ \angle D = (180 - 80)^o = 100^o$

$\therefore\ \angle B = \angle D = 100^o$

તેથી $\angle C = 80^o$, $\angle B = 100^o$ અને $\angle D\ \ 100^o$

ઉદાહરણ 13.4 : સમબાજુ ચતુષ્કોણના બે આસન્ન કોણ 4 : 5 ના પ્રમાણમાં છે. તેના તમામ ખૂણાનાં માપ શોધો .

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ કે સમબાજુ ચતુષ્કોણના બે આસન્ન ખૂણાનો સરવાળો 180^0 છે.

ધારો કે બે ખૂણાઓ 4x અને 5x છે.

હવે, $4x + 5x = 180$

અર્થાત્ $9x = 180$

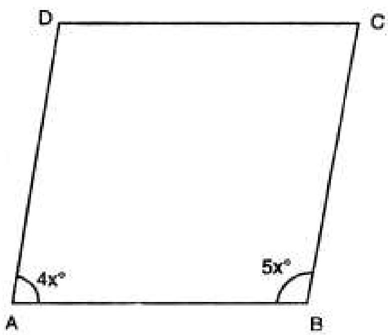
$\therefore x = 20$

$\therefore$ બે ખૂણા 80^o અને 100^o.

અર્થાત્ $\angle A = 80^o$ અને $\angle B = 100^o$

$\angle A = \angle C \Rightarrow \angle C = 100^o$

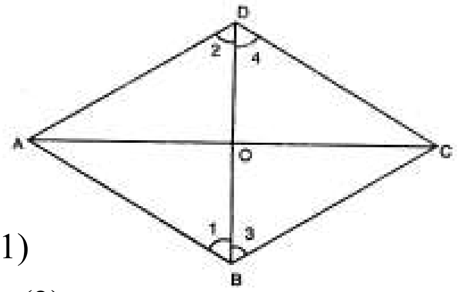
વળી, $\angle B = \angle D \Rightarrow \angle D = 100^o$



આકૃતિ 13.19

તેથી, સમબાજુ ચતુષ્કોણના ખૂણા 80°, 100°, 80° and 100°.

ઉદાહરણ 13.5 : સમબાજુ ચતુષ્કોણનો એક વિકર્ણ તેની એક બાજુ બરાબર છે, તો સમબાજુ ચતુષ્કોણના ખૂણા શોધો.



ઉકેલ : સમબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં,

$$AB = AD = BD$$

$\therefore$ ABD સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

$\therefore \quad \angle DAB = \angle 1 = \angle 2 = 60^\circ \quad ....(1)$

તે જ પ્રમાણે, $\angle BCD = \angle 3 = \angle 4 = 60^\circ$ ....(2)

વળી, (i) અને (ii) માંથી

આકૃતિ 13.20

$$\angle ABC = \angle B = \angle 1 + \angle 3 = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle ADC = \angle D = \angle 2 + \angle 4 = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

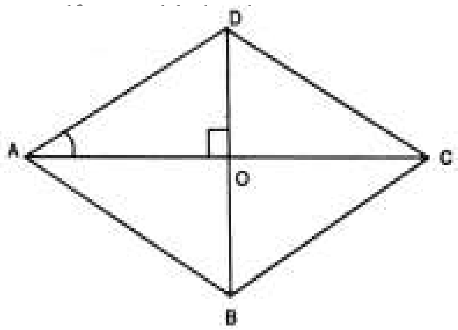
તેથી, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ અને $\angle D = 120^\circ$

ઉદાહરણ 13.6 : સમબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ના અને OD = 6 સેમી, તો શોધો :

(i) $\angle OAD$

(ii) બાજુ AB

(iii) સમબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ની પરિમિ[illegible]



આકૃતિ **13.21**

ઉકેલ : આપેલ છે કે

$$\angle ADC = 120^\circ$$

અર્થાત્ $\quad \angle ADO + \angle ODC = 120^\circ$

પરંતુ $\quad \angle ADO = \angle ODC \qquad (DAOD \cong \Delta COD)$

$\therefore \quad 2\angle ADO = 120^\circ$

અર્થાત્ $\quad \angle ADO = 60^\circ \qquad ...(i)$

વળી, આપણે જાણીએ છીએ કે સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો 90^0 ખૂણે દ્વિભાગે છે.

$\therefore \qquad \angle DOA = 90^\circ \qquad ...(ii)$

હવે ΔDOA માં

$$\angle ADO + \angle DOA + \angle OAD = 180^\circ$$

(i) અને (ii) પરથી આપણને મળે છે કે :

$$60^\circ + 90^\circ + \angle OAD = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle OAD = 30^\circ$$

$$\therefore \angle DAB = 60^\circ$$

$\therefore \angle DAB$ એ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

(ii) હવે OD = 6 સેમી [પક્ષ]

$\Rightarrow$ OD + OB = BD

$\therefore$ 6 સેમી + 6 સેમી = BD

$\Rightarrow$ BD = 12 cm

વળી, AB = BD = AD = 12 સેમી હોઈ

AB = 12 સેમી

(iii) હવે પરિમિતિ = 4 × બાજુ

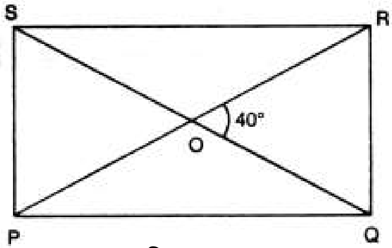
= (4 × 12) સેમી

= 48 સેમી

તેથી, સમબાજુ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ = 48 સેમી

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.2

1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD, ÐA = 62°. તો અન્ય ખૂણાનાં માપ શોધો.
2. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના બે સામસામેના ખૂણાનો સરવાળો 150° છે, તો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના તમામ ખૂણા શોધો.
3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD, $\angle A = (2x + 10)^\circ$ અને $\angle C = (3x - 20)^\circ$. તો x ની કિંમત શોધો. .
4. ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે, જેમાં $\angle DAB = 70^\circ$ અને $\angle CBD = 55^\circ$. અને $\angle CDB$ અને $\angle ADB$.
5. ABCD એ સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે, જેમાં $\angle ABC = 58^\circ$. તો $\angle ACD$ નું માપ શોધો.
6. આકૃતિ 13.22 માં લંબચોરસ PQRS ના વિકર્ણો એકબીજાને O માં છેદે છે. જો $\angle ROQ = 40^\circ$, તો



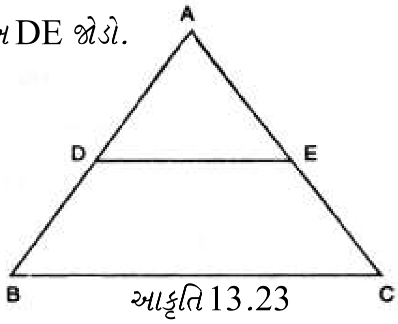
આકૃતિ 13.22

∠OPS નું માપ શોધો.

7. AC એ ચોરસ ABCD નો એક વિકર્ણ છે, તો ∠CAB નું માપ શોધો.

13.4 મધ્યબિંદુ પ્રમેય

કોઈ એક ત્રિકોણ ABC દોરો. બાજુ AB અને AC ના મધ્યબિંદુઓ શોધો. તેમને અનુક્રમે D અને E તરીકે દર્શાવો. આકૃતિ 13.23 માં દર્શાવ્યા મુજબ DE જોડો.



આકૃતિ 13.23

BC અને DE ની લંબાઈ વચ્ચે તમે કયો સંબંધ જુઓ છો ?

અલબત્ત, DE = BC

ફરીથી ∠ADE અને ∠ABC. માપો

શું આપ ખૂણા સમાન છે ?

હા, તે સમાનછે, તમે જાણો છો કે આ ખૂણા અનુકોણની જોડ બનાવે છે. તમે જાણો છો કે જ્યારે અનુકોણની જોડ સમાન હોય, ત્યારે રેખાઓ સમાંતર હોય છે.

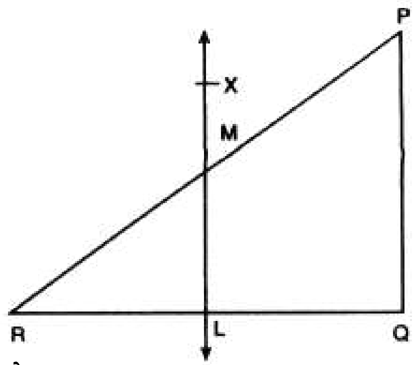
$\therefore$ DE || BC

તમે આ પ્રયોગ બીજા બે કે ત્રણ ત્રિકોણ લઈને ફરી ફરી કરો. તે દરેકને ત્રિકોણ ABC નામ આપો અને બાજુઓ AB અને AC ના મધ્યબિંદુઓને D અને E તરીકે નામ આપો. તમે હંમેશાં જોશો કે DE || BC મળે છે.

આમ, આપણે તારવીએ કે

ત્રિકોણમાં બે બાજુઓના મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ ત્રીજી બાજુને સમાંતર છે અને તેના અડધા જેટલો છે.

આપણે ઉપર્યુક્ત પરિણામના પ્રતીપને પણ ચકાસી શકીએ.



આકૃતિ 13.24

કોઈ એક ત્રિકોણ PQR દોરો. બાજુ RQ નું મધ્યબિંદુ શોધો, અને તેને L તરીકે દર્શાવો. L માંથી રેખા LX || PQ દોરો, જે PM ને M માં છેદે છે.

PM અને PR માપો શું તે સમાન છે ? હા, તે સમાન છે.

તમે વિવિધ ત્રિકોણો સાથે ફરી ફરી કરો અને તે દરેકને PQR નામ આપીને અને દરેક વખતે RQ ના મધ્યબિંદુ તરીકે L લઈને અને રેખા LM || PQ દોરીને, તમે દરેક કિસ્સામાં જોશો કે RM = MP આમ, આપણે તારવીએ કે :

ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી બીજી બાજુને સમાંતર દોરેલ રેખા ત્રીજી બાજુને દ્વિભાગે છે.

આપણે કેટલાંક ઉદાહરણો વિચારીએ.

ઉદાહરણ 13.7 : આકૃતિ 13.૨૫ માં D એ $\angle ABC$ ની બાજુ AB નું મધ્યબિંદુ છે અને DE || BC જો AC = 8 સેમી, તો AE શોધો.

ઉકેલ : ABC માં DE || B અને D એ AB નું મધ્યબિંદુ છે.

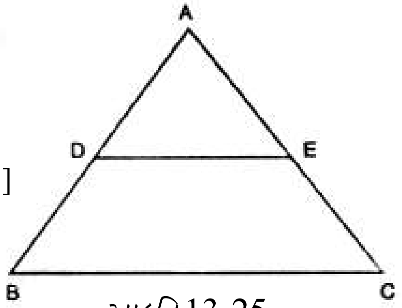
$\therefore$ E એ AC નું પણ મધ્યબિંદુ છે.

અર્થાત્ AE = AC

$= \left(\frac{1}{2} \times 8\right)$ સેમી [$\because$ AC = 8 સેમી]

= 4 સેમી

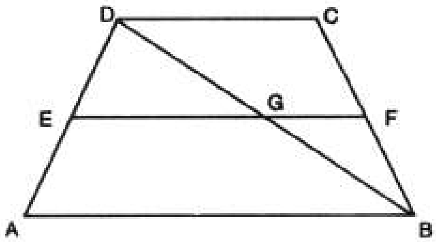
તેથી AE = 4 સેમી



આકૃતિ 13.25

ઉદાહરણ : 13.8 : આકૃતિ 13.26 માં ABCD એ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે જેમાં AD અને BC અસમાંતર બાજુઓ છે અને E એ AD નું મધ્યબિંદુ છે. EF || AB દર્શાવો કે E એ BC નું મધ્યબિંદુ છે.

ઉકેલ : Δ ABC EG || AB અને AD નું મધ્યબિંદુ E હોઈ,



આકૃતિ 13.26

$\therefore$ G એ DB નું મધ્યબિંદુ છે.

Δ DBC માં GF || DC અને G એ DB નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore$ F એ BC નું મધ્યબિંદુ છે.

ઉદાહરણ : 13.9 : ABC એક ત્રિકોણ છે, જેમાં P, Q અને R અનુક્રમે બાજુ AB, BC અને CA ના મધ્યબિંદુઓ છે. જો AB = 8 સેમી, BC = 7 સેમી અને CA = 6 સેમી હોય, તો ત્રિકોણ PQR ની બાજુઓ શોધો.

ઉકેલ : P એ AB નું મધ્યબિંદુ છે અને R એ AC નું મધ્યબિંદુ છે.

\ PR || BC અને PR $= \frac{1}{2}$ BC

$= \frac{1}{2} \times 7$ સેમી [$\because$ BC = સેમી]

= 3.5 સેમી

તે જ પ્રમાણે, PQ = AC

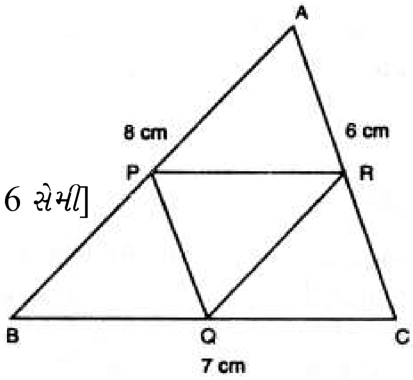
$= \frac{1}{2} \times 6$ સેમી [$\because$ AC = 6 સેમી]

= 3 સેમી

અને QR = AB

$= \frac{1}{2} \times 8$ સેમી [$\because$ AB = 8 સેમી]

= 4 સેમી

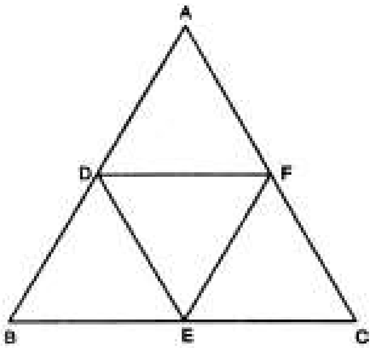


આકૃતિ 13.27

તેથી, DPQR ની બાજુઓ : PQ = 3 cm, Mku{e QR = 4 cm and PR = 3.5 cm.

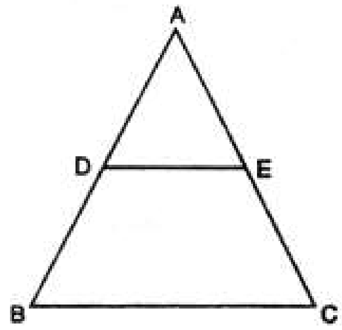
તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.3

$\frac{1}{2}$ 1. આકૃતિ 13.28, માં ABC સમબાજુ ત્રિકોણ છે, જેમાં D, E અને F અનુક્રમે બાજુઓ AB, BC અને CA ના મધ્યબિંદુઓ છે. સાબિત કરો કે DEF પણ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.



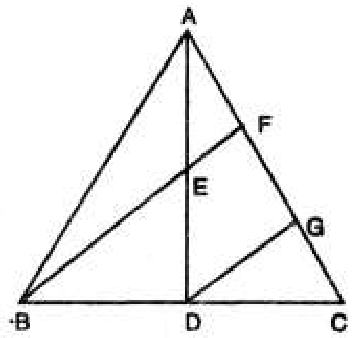
આકૃતિ 13.28

2. આકૃતિ 13.29, માં D અને E એ Δ ABC ની બાજુઓ AB અને AC ના અનુક્રમે મધ્યબિંદુઓ છે. જો BC = 10 સેમી, તો DE શોધો



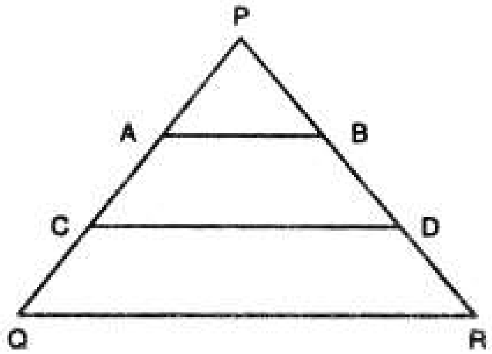
આકૃતિ 13.29

3. આકૃતિ 13.30, માં AD એ ΔABC ની મધ્યગા છે અને E અને AD નું મધ્યબિંદુ છે. BE ને લંબાવતાં AC ને F માં મળે છે. DG || EF, AC ને G માં મળે છે. જો AC = 9 સેમી AF શોધો.



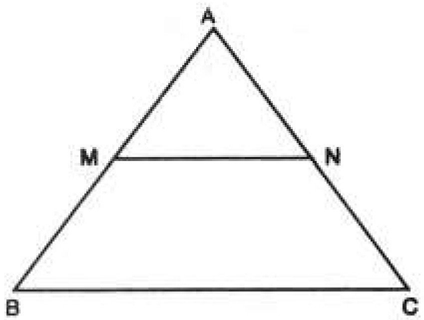
આકૃતિ 13.30

4. આકૃતિ. 13.31, માં A અને C એ Δ PQR ની બાજુ PQ ને ત્રણ સમાન ભાગમાં વિભાગે છે. AB||CD||QR. સાબિત કરો કે B અને D પણ PR ને ત્રણ સમાન ભાગમાં વિભાગે છે.



આકૃતિ 13.31

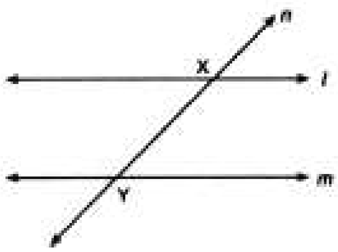
5. આકૃતિ 13.32, માં ABC એ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં AB = AC. M એ AB નું મધ્યબિંદુ છે અને MN||BC. દર્શાવો કે ΔAMN પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.



આકૃતિ 13.32

13.5 આંતરિક ખંડ પ્રમેય

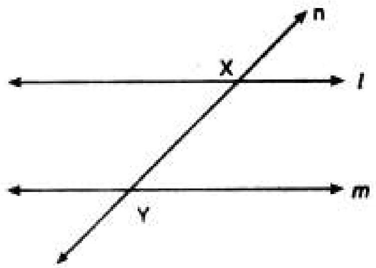
યાદ કરો કે જે રેખા બે કે વધુ રેખાઓને છેદે છે તેને છેદિકા કહે છે. છેદિકામાંથી રેખાઓની જોડ દ્વારા કપાયેલ ખંડ અંતરિક ખંડ કહેવાય છે. આમ, આકૃતિ, 13.33 માં XY એ રેખા l અને m થી છેદિકા n પર રચાયેલ અંતરિક ખંડ છે.



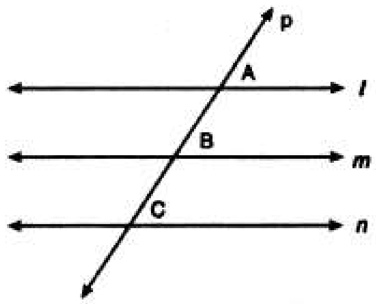
આકૃતિ 13.33

સમાંતર રેખાઓ દ્વારા છેદિકા પર રચાયેલ અંતરિક ખંડો કેટલાક વિશિષ્ટ ગુણધર્મો ધરાવે છે, જે હવે આપણે શીખીએ.

l અને m બે સમાંતર રેખાઓ છે અને XY એ છેદિકા n પર રચાયેલ અંતરિક ખંડ છે. જો ત્રણ સમાંતર રેઆઓ હોય અને તે છેદિકા વડે છેદાયેલ હોય, તો આકૃતિ 13.34 (ii) માં દર્શાવ્યા મુજબ AB અને BC બે અંતરિક ખંડો હશે.



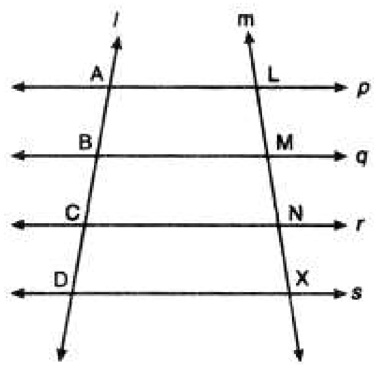
(i)



(ii)

આકૃતિ 13.34

હવે આપણે સમાંતર રેખાઓ વડે છેદિકા પર રચાયેલ અંતરિક ખંડોનો અગત્યનો ગુણધર્મ શીખીએ. તમારી નોટબુકના પાન પર કોઈ કે છેદિકાઓ l અને m દોરો, સમાન અંતરે આવેલી જે સમાંતર રેખાઓને આકૃતિ 13.3૫ માં દર્શાવ્યા મુજબ છેદે છે. આ છેદિકાઓ વિવિધ અંતરિત ખંડો રચે છે. અંતરિત ખંડ BC અને CD માપો. શું તે સમાન છે ? હા, તે સમાન છે.



આકૃતિ 13.35

વળી, LM, MN અને NX માપો. શું તમે જાણો છો કે તે પણ સમાન છે ? હા, તે સમાન છે.
ત્રણ કે વધુ સમાન અંતરે રહેલી સમાંતર રેખાઓનો બીજો ત્રણ લઈ આ પ્રયોગ ફરી કરો અને અગાઉ પ્રમાણે તેમના અંતરિત ખંડો માપો. તમે દરેક કિસ્સામાં જોશો કે રચાયેલ અંતરિત ખંડો સમાન હોય છે.
આમ, આપણે નીચે મુજબ તારવીએ :

જો ત્રણ અથવા વધુ સમાંતર રેખાઓ હોય અને કોઈ છેદિકા પર તે દ્વારા રચાયેલ અંતરિત ખંડો સમાન હોય તો બીજી કોઈ છેદિકા પર રચાયેલ અનુરૂમ અંતરિત ખંડો પણ સમાન હોય છે.

આપણે તે કેટલાંક ઉદાહરણો દ્વારા દર્શાવીએ : આ પરિણામ સમાન અંતરિત ખંડ પ્રમેય તરીકે જાણીતું છું.

ઉદાહરણ : 13.10 : આકૃતિ 13.36 માં, $p \parallel q \parallel r$ છેદિકા l, m અને n તેમને અનુક્રમે L, M, N, A, B,C અને X, Y, Z માં છેદે છે, જેથી XY= YZ તો સમાન અંતરિત ખંડોની અન્ય જોડનાં નામ લખો.

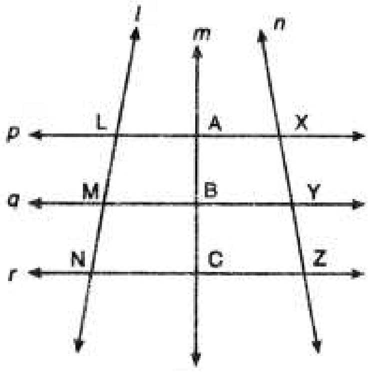
ઉકેલ : આપેલ છે કે XY = YZ

AB = BC (અંતરિત ખંડ પ્રમેય)

અને LM = MN

આમ સમાન અંતરિત ખંડોની અન્ય જોડ છે :

AB = BC અને KM = MN



આકૃતિ 13.36

ઉદાહરણ : 13.11 આકૃતિ 13.37માં,

$l \parallel m \parallel n$ અને PQ = QR જો XZ = 20 સેમી હોય, તો YZ શોધો.

ઉકેલ : PQ = QR

અંતરિત ખંડ પ્રમેય મુજબ

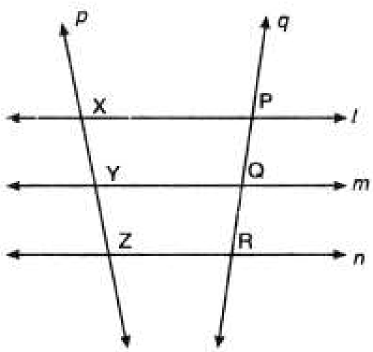
XY = YZ

વળી XZ = XY + YZ

= YZ + YZ

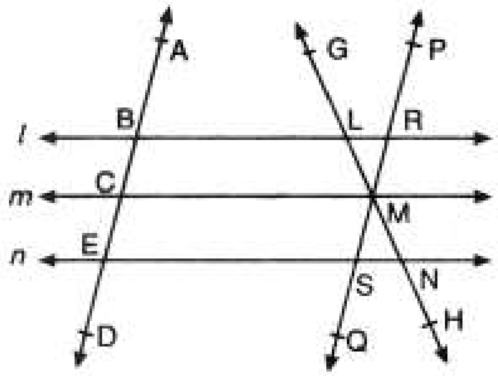
$\therefore$ 20 = 2YZ $\Rightarrow$ YZ = 10 સેમી

તેથી YZ = 10 સેમી



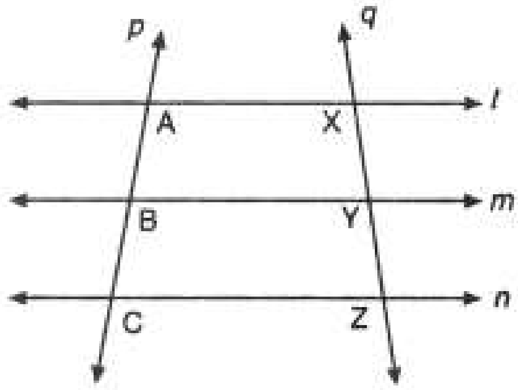
તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.4

1. આકૃતિ 13.38, માં l, m અને n ત્રણ સમાન અંતરે સમાંતર રેખાઓ છે. AD, PQ અને GH ત્રણ છેદિકાઓ છે. જો BC = 2 સેમી, LM = 2.5 સેમી અને AD || PQ, તો MS અને MN. શોધો.



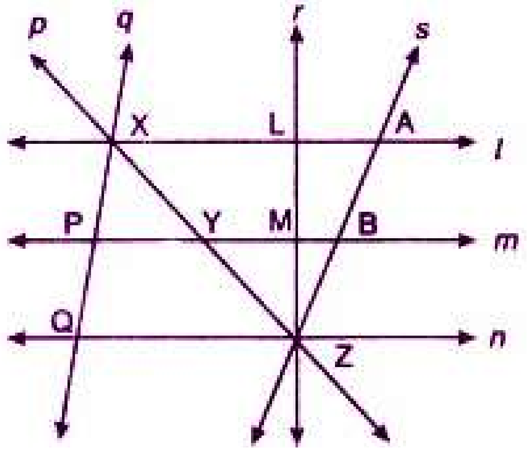
આકૃતિ 13.38

2 આકૃતિ 13.39, થી તમે ક્યારે કહી શકો કે AB = BC અને XY = YZ?



આકૃતિ 13.39

3. આકૃત 13.40, LM = MZ = 3 સેમી, XY, XP અને BZ શોધો. આપેલ છે કે l || m || n અને PQ = 3.2 સેમી, AB = 3.5 સેમી અને YZ = 3.4 સેમી.



આકૃતિ 13.40

13.9 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ અને તેના ક્ષેત્રફળ વચ્ચેનો સંબંધ :

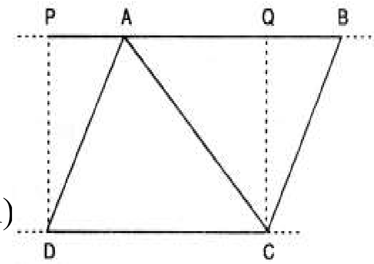
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD. દોરો તેનો વિકર્ણ AC જોડો. $DP \perp DC$ અને $QC \perp DC$. દોરો

બે ત્રિકોણ ADC અને ACB વિચારો, જેમાં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD વિકર્ણ AC. વડે

$\frac{1}{2}$ વિભાગાયેલ છે.

કારણ કે $AB \parallel DC$,

$PD = QC$.



હવે, ΔADC નું ક્ષેત્રફળ = $DC \times PD$ ....(i)

ΔACB નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} AB \times QC$ ....(ii)

આકૃતિ 13.41

$AB = DC$ અને $PD = QC$ હોઈ

$\therefore$ ક્ષેત્રફળ (ΔADC) = ક્ષેત્રફળ (ΔACB)

આ, આપણે નીચે મુજબ તારવીએ :

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ અને સમાન ક્ષેત્રફળવાળાં બે ત્રિકોણમાં વિભાગે છે.

13.10 તે જ સમાંતર રેઆઓ વચ્ચે આવેલા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ અને ત્રિકોણો

બે સમાંતરબાજનું ચતુષ્કોણો કે ત્રિકોણો જે સમાન પાયા પર કે એકજ પાયા પર આવેલા હોય અને તેમનાં અન્ય શિરોબિંદુઓ તેમના પાયાને સમાંતર રેખા પર હોય તો તેઓ સમાન પાયા પર કે એકજ પાયા પર અને એકજ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચે છે એમ કહેવાય.

આપણે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ અને તેમના ક્ષેત્રફળ વિશે અગત્યનો પ્રમેય સાબિત કરીએ :

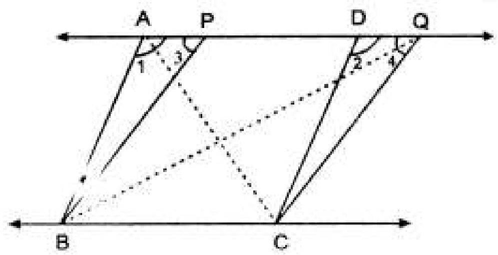
પ્રમેય : એક જ પાયા (અથવા સમાન પાયા) પરના અને તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણો ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે.

આપણે તે તાર્કિક રીતે સાબિત કરીએ.

પક્ષ : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD અને PBCQ તે જ પાયા BC પર અને તે જ સમાંતર રેખાઓ BC અને AQ વચ્ચે આવેલા છે.

સાધ્ય : ક્ષેત્રફળ (ABCD) = ક્ષેત્રફળ (BCQR)

સાબિતી : બે ત્રિકોણ ABP અને DCQ વિચારો.



આકૃતિ 13.42

આપણી પાસે છે : AB = DC

(સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની સામેની બાજુઓ)

અને BP = CQ

(સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની સામેની બાજુઓ)

$\angle 1 = \angle 2$

$\therefore \quad \Delta ABP \cong \Delta DCQ$

$\therefore$ ક્ષેત્રફળ (ΔABP) = ક્ષેત્રફળ (ΔDCQ) ...(i)

હવે, ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ ABCD) = ક્ષેત્રફળ (ΔABP) + ક્ષેત્રફળ (સમલંબ ચ. BCDP) ...(ii)

ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ BCQP) = ક્ષેત્રફળ (ΔDCQ) + ક્ષેત્રફળ (સમલંબ ચ. BCDP) ...(iii)

(i), (ii) અને (iii), માંથી આપણને મળે છે કે :

ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ ABCD) = ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ BCQP)

નોંધ : $||^{gm}$ અને સમલંબ ચ. અનુક્રમે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ અને સમલંબ ચતુષ્કોણ માટે છે.

પરિણામ : તે જ પાયા અને તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેના ત્રિકોણો ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે.

આકૃતિ 13.42 વિચાર. બે સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ BCQP અને ABCD ના વિકર્ણો અનુક્રમે Q અને AC જોડો. આપણે જાણીએ છીએ કે $||^{gm}$ નો વિકર્ણ તેને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે ત્રિકોણોમાં વિભાગે છે.

$\therefore$ ક્ષેત્રફળ (ΔBCQ) = ક્ષેત્રફળ (ΔPBQ)

અને ક્ષેત્રફળ (ΔABC) = ક્ષેત્રફળ (ΔCAD)

$\therefore$ ક્ષેત્રફળ (ΔABC) = ક્ષેત્રફળ (ΔBCQ)

તે જ પાયા (અથવા સમાન પાયા) પરના અને તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ

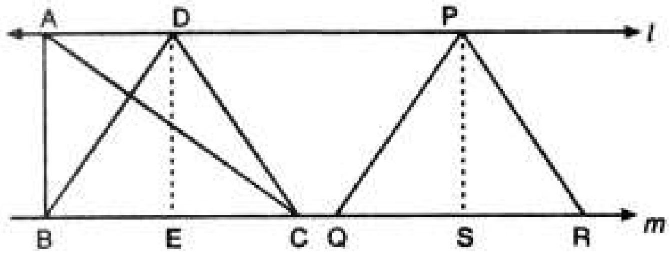
ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે.

આમ આપણે નીચે પ્રમાણે પણ તારવીએ :

તે જ પાયા (અથવા સમાન પાયા) પરના અને તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેના ત્રિકોણ ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે.

13.11 તે જ અથવા સમાન પાયા પરના અને સમાન ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ત્રિકોણના વેધ સમાન હોય છે.

યાદ કરો કે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $= \frac{1}{2}$ (પાયો) $\times$ વેધ



આકૃતિ 13.43

અહીં $\quad BC = QR$

અને ક્ષેત્રફળ (ΔABC) = ક્ષેત્રફળ (ΔDBC) = ક્ષેત્રફળ (ΔPQR) [પક્ષ] ..(i)

D અને P માંથી રેઆ m લંબ DE અને PS દોરો જે તેને અનુક્રમે E અને S માં મળે

હવે, ક્ષેત્રફળ (ΔABC) = $\frac{1}{2} BC \times DE$

ક્ષેત્રફળ (ΔDBC) = $\frac{1}{2} BC \times DE$ ...(ii)

અને ક્ષેત્રફળ (ΔPQR) = $\frac{1}{2} QR \times PS$

વળી, $\quad BC = QR \quad$ (પક્ષ) ...(iii)

(i), (ii) અને (iii), માંથી આપણને મળે છે કે :

$$\frac{1}{2} BC \times DE = \frac{1}{2} QR \times PS$$

અથવા $\quad \frac{1}{2} BC \times DE = \frac{1}{2} BC \times PS$

$$\therefore \quad DE = PS$$

અર્થાત્ ΔABC, ΔDBC અને ΔPQR ના વેધ લંબાઈમાં સમાન છે.

આમ, આપણે નીચે મુજબ તારવીએ :
તે જ અથવા સમાન પાયા પરના અને સમાન ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ત્રિકોણના વેધ સમાન હોય છે.

ઉદાહરણ 13.12 આકૃતિ 13.44માં, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ 40 ચો. સેમી છે. જો BC = 8 સેમી હોય, તો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ BCEF નો વેધ શોધો.

ઉકેલ: $||^{gm}$ BCEF નું ક્ષેત્રફળ = $||^{gm}$ ABCD નું ક્ષેત્રફળ = 40 ચો.સેમી ...... (i)

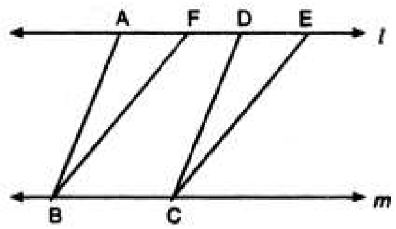
આપણે જાણીએ છીએ કે

ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ BCEF) = EF × વેધ

અથવા 40 = BC × $||^{gm}$ BCEF નો વેધ

અથવા 40 = 8 × $||^{gm}$ BCEF નો વેધ

∴ $||^{gm}$ BCEF નો વેધ = $\frac{40}{8}$ સેમી અથવા 5 સેમી



આકૃતિ 13.44

ઉદાહરણ 13.13: આકૃતિ 13.45, ΔABC નું ક્ષેત્રફળ 18 ચો સેમી આપેલ છે. જો વેધ 4.5 સેમી હોય, તો ΔBCD.

ઉકેલ : ક્ષેત્રફળ (ΔBCD) = ક્ષેત્રફળ (ΔABC) = 18 ચો સેમી²

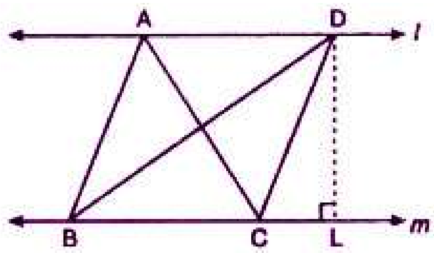
ΔBCD નો પાયો ધારો કે x સેમી છે.

∴ ΔBCD નું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$x × DL

$= \left(\frac{1}{2}x \times 4.5\right)$ ચો.સેમી²

અથવા $18 = \left(\frac{9}{4}x\right)$

∴ $x = \left(18 \times \frac{4}{9}\right)$ સેમી = 8 સેમી



આકૃતિ 13.45

ઉદાહરણ 13.14: આકૃતિ 13.46, માં ΔBCD નો પાયો BC = 8 સેમી ABCD અને ACED બે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. જો ΔABC નું ક્ષેત્રફળ 12 ચો સેમી હોય અને CE અને BC ની લંબાઈ સમાન હોય, તો સમલંબ ચતુષ્કોણ ABED નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ ABCD) = ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ ACED)

વિકર્ણ AC $||^{gm}$ ABCD ને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે ત્રિકોણોમાં વિભાગે છે.

∴ ક્ષેત્રફળ (ΔBCD) = $\frac{1}{2}$ ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ ABCD)

$\therefore$ ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ ABCD) = ક્ષેત્રફળ ($||^{gm}$ ACED) = 2×12 ચો.સેમી

= 24 ચો સેમી

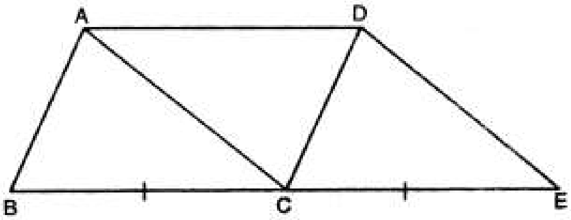
$\therefore$ સમલંબ ચતુષ્કોણ ABED નું ક્ષેત્રફળ

= ક્ષેત્રફળ (ΔABC) + ક્ષેત્રફળ

($||^{gm}$ ACED)

= (12 + 24) ચો.સેમી

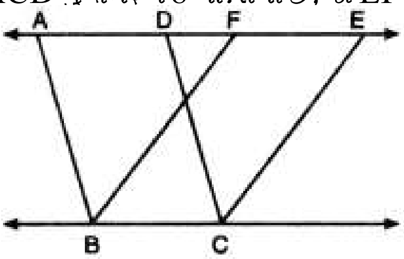
= 36 ચો.સેમી



આકૃતિ 13.46

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.5

1. તે જ પાયા (કે સમાન પાયા) પર રહેલા બે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ સમાન ક્ષેત્રફળવાળા ક્યારે હોય ?
2. $||^{gm}$ ABCD ના વિકર્ણ AC ને જોડતાં રચાયેલ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 16 ચો સેમી છે. તો $||^{gm}$ ABCD નું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. આકૃતિ 13.47 માં ΔACD નું ક્ષેત્રફળ 8 ચો.સેમી છે. જો EF = 4 સેમી તો, તો $||^{gm}$ BCFE નો વેધ શોધો.



આકૃતિ 13.47

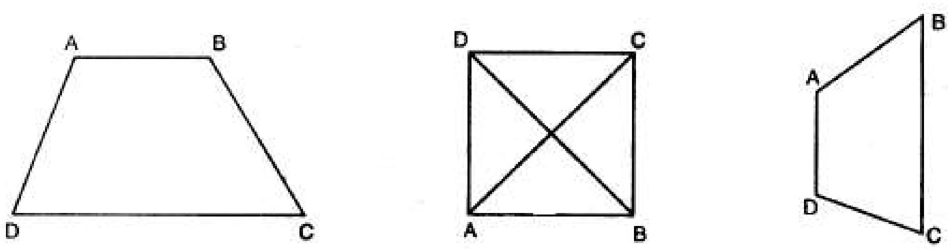
સારાંશ :

- ચતુષ્કોણ એ ચાર બાજુઓવાળી બંધ આકૃતિ છે, જે સમતલનું કેટલુંક ક્ષેત્રફળ ઘેરે છે.
- ચતુષ્કણોના અંદરના અથવા બહારના ખૂણાઓનો સરવાળો દરેક 360^0 હોય છે.
- ચતુષ્કોણ એ સમલંબ ચતુષ્કોણ હોય, જો તેની સામસામેની બાજુઓની એક જોડ સમાંતર હોય.
- ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, જો બાજુઓની બંને જોડ સમાંતર હોય.

- સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં
  (i) સામસામેની બાજુઓ સામ સામેના ખૂણાઓ સમાન હોય છે.
  (ii) વિકર્ણો એકબીજાને દ્વિભાગે છે.
- સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એ સમબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, જો તેની આસન્ન બાજુઓ સમાન હોય.
- સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે દ્વિભાગે છે.
- સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એ લંબચોરસ હોય, જો તેનો એક ખૂણો 90^0 હોય
- લંબચોરસના વિકર્ણો સમાન હોય છે.
- લંબચોરસ એ ચોરસ હોય, જો તેની આસન્ન બાજુઓ સમાન હોય.
- ચોરસના વિકર્ણો કાટખૂણે છેદે છે.
- સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો તેને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે ત્રિકોણોમાં વિભાગે છે.
- એક જ પાયા (અથવા સમાન પાયા) પર અને તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચે રહેલ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે.
- એક જ પાયા (અથવા સમાન પાયા) પર અને તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચે રહેલ ત્રિકોણો ક્ષેત્રફળમાં સમાન હોય છે.
- સમાન પાયા પરના સમાન ક્ષેત્રફળવાળા ત્રિકોણના વેધ સમાન હોય છે.

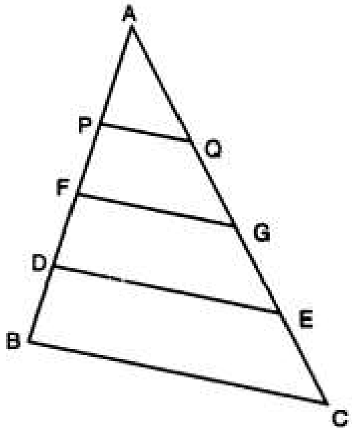
સત્રાંત સ્વાધ્યાય

1. નીચેના પૈકી કયા સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.



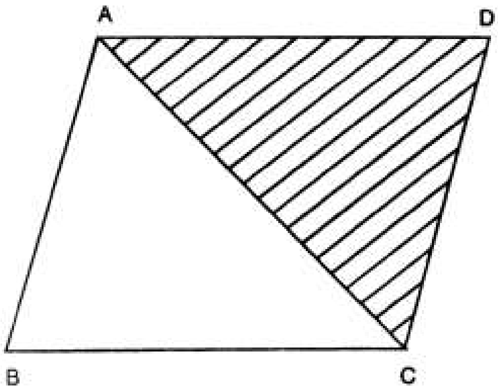
આકૃતિ 13.48

2. આકૃતિ 13.49, માં PQ || FG || DE || BC. આકૃતિમાં તમામ સમલંબ ચતુષ્કોણનાં નામ આપો.



આકૃતિ 13.49

3. આકૃતિ 13.50 માં ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે જેનું ક્ષેત્રફળ 48 ચો સેમી છે. (i) છાયાંકિત ભાગ (ii) છાયા વગરનું ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



આકૃતિ 13.50

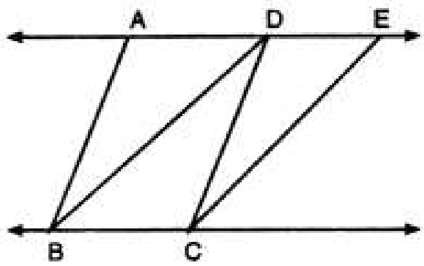
4. નીચેના દરેકને સાચું વિધાન બનાવવા ખાલી જગ્યા પૂરો :
   (i) ચતુષ્કોણ એ સમલંબ ચતુષ્કોણ હોય. જો....
   (ii) ચતુષ્કોણ એ સમાંતરબાજુ ચુતષ્કોણ હોય, જો....
   (iii) લંબચોરસ એ ચોરસ હોય, જો.....
   (iv) ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે દ્વિભાગે છે. જો ચતુષ્કોણનો કોઈ પણ ખૂણો કાટખૂણો ન હોય, તો તે છે....

(v) ચતુષ્કોણના બહારના ખૂણાઓના સરવાળો.....

5. જો ચતુષ્કોણના ખૂણાઓ $(x-20)^\circ$, $(x+20)^\circ$, $(x-15)^\circ$ અને $(x+15)^\circ$, હોય, તો x તેમજ ચતુષ્કોણના ખૂણા શોધો.

6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓનો સરવાળો 180° છે. તો એ ક્યા ખાસ પ્રકારનો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે?

7. આકૃતિ 13.51 માં ΔABC નું ક્ષેત્રફળ 24 ચો.સેમી છે. જો DE= 6 સેમી અને AB || CD, BD || CE, AE || BC હોય, તો શોધો :

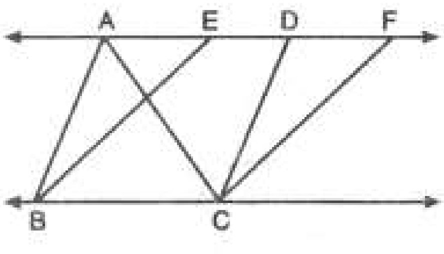


આકૃતિ 13.51

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ BCED નો વેધ

(ii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ BCED નું ક્ષેત્રફળ

8. આકૃતિ 13.52 માં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ 40 ચો સેમી છે. EF = 8 સેમી હોય, તો ΔDCE નો વેધ શોધો.



આકૃતિ 13.52

ઉત્તરો

તમારી પ્રગતિ ચકાસા 13.1

1. (i) લંબચોરસ (ii) સમલંબ ચતુષ્કોણ (iii) લંબચોરસ (iv) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
   (v) સમબાજુ ચતુષ્કોણ (vi) ચોરસ
2. (i) સાચું (ii) ખોટું (iii) સાચું (iv) સાચું
   (v) સાચું (vi) સાચું (vii) સાચું (viii) સાચું
   (ix) ખોટું (x) ખોટું
3. 90° 4. 60°, 84°, 84° and 132°
5. *સાસસામેની ખૂણાની બીજી જોડ પણ પૂરક હોય :*

તમારી પ્રગતિ ચકાસો : 13.2

1. $\angle B = 118^\circ$, $\angle C = 62^\circ$ *અને* $\angle D = 118^\circ$
2. $\angle A = 105^\circ$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 105^\circ$ *અને* $\angle D = 75^\circ$
3. 30 4. $\angle CDB = 55^\circ$ *અને* $\angle ADB = 55^\circ$
5. $\angle ACD = 61^\circ$ 6. $\angle OPS = 70^\circ$ 7. $\angle CAB = 45^\circ$

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.3

2. 5 cm 3. 3 cm

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.4

1. MS = 2 *સેમી અને* MN = 2.5 *સેમી*
2. *l, m અને* n *એ ત્રણ સમાન અંતરે સમાંતર રેઆ હોય.*
3. XY = 3.4 *સેમી*, XP = 3.2 *સેમી અને* BZ = 3.5 *સેમી*

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 13.5

1. *જ્યારે તેઓ તે જ સમાંતર રેખાઓ વચ્ચે હોય.*
2. 32 *ચો સેમી* 3. 4 *સેમી*

સત્રાંત સ્વાધ્યાય

1. (i) *અને* (iii)
2. PFGQ, FDEG, DBCE, PDEQ, FBCG અને PBCQ

3. (i) 24 cm^2 (ii) 24 cm^2
4. (i) સામસામેની બાજુઓની કોઈ એક જોડ સમાંતર હોય
   (ii) સામસામેની બાજુઓની બંને જોડ સમાંતર હોય
   (iii) આસન્ન બાજુઓની જોડ સમાન હોય
   (iv) આસન્ન બાજુઓની જોડ સમાન હોય
   (iv) સમબાજુ ચતુષ્કોણ
   (v) 360°
5. $x = 90^\circ$, ખૂણોઓ અનુક્રમે 70°, 110°, 75° અને 105°
6. તે લંબચોરસ છે.
7. (i) 8 સેમી   (ii) 48 સેમી
8. 5 સેમી