16

વર્તુળમાં ખૂણાઓ અને ચક્રીય ચતુષ્કોણ

પરિચય

તમે બે સુરેખાઓ વચ્ચેના ખૂણા માપ્યા હશે, હવે આપણે ચાપ અને જીવાઓ દ્વારા રચાતા વર્તુળમાં ખૂણાઓ અને ચક્રીય ચતુષ્કોણમાં ખૂણાઓ વિશે શીખીશું.

હેતુઓ

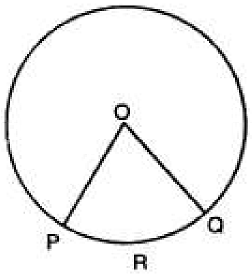
આ પાઠ શીખ્યા પછી, અધ્યેતા :

- *વર્તુળના કોઈ ચાપે કેન્દ્ર આગળ આંતરેલો ખૂણો, તેજ ચાપે વર્તુળના બાકીના ચાપ પરના કોઈ બિંદુએ આંતરેલા ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે.*
- *ચક્રીય બિંદુઓનાં ઉદાહરણો આપી શકશે.*
- *ચક્રીય ચતુષ્કોણની વ્યાખ્યા આપી શકશે.*
- *ચક્રીય ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓનો સરવાળો 180^0 હોય છે તે સાબિત કરી શકશે.*
- *ચક્રીય ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો આપી શકશે.*
- *પ્રમેયો (સાબિત થયેલા) પર આધારિત કૂટપ્રશ્નો અને ચકાસેલ ગુણધર્મો પર આધારિત સાંખ્યિક કૂટપ્રશ્નો ઉકેલી શકશે.*
- *અન્ય પ્રમેયોના પરિણામોનો ઉપયોગ કરીને કૂટપ્રશ્નો ઉકેલી શકશો.*

અપેક્ષિત પૂર્વજ્ઞાન

- *ત્રિકોણના ખૂણાઓ*
- *વર્તુળનાં ચાપ, જીવા અને પરિઘ*
- *ચતુષ્કોણ અને તેના પ્રકારો*

16.1 વર્તુળમાંના ખૂણાઓ



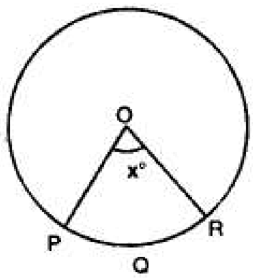
આકૃતિ 16.1

કેન્દ્રીય કોણ : વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ત્રિજ્યાઓ વડે ચાપ (કે જીવી)ના અંત્ય બિંદુઓએ રચાતા ખૂણાને કેન્દ્રીય કોણ અથવા કેન્દ્ર આગળ ચાપ (કે જીવા) એ આંતરેલો ખૂણો કહે છે.

આકૃતિ 16.1 માં, $\angle$POQ એ ચાપ PRQ વડે રચાયેલ કેન્દ્રીય કોણ છે.

ચાપની લંબાઈ ચાપ દ્વારા દ્વારા આંતરેલ કેન્દ્રીય કોણ સાથે ગાઢ રીતે સંકળાયેલ છે. હવે આપણે ચાપના અંશ માપની કેન્દ્રીય ખૂણાના સ્વરૂપમાં વ્યાખ્યા કરીશું.

વર્તુળમાં લઘુચાપનું અંશ માપ એ અનુરૂપ કેન્દ્રીય કોણનું માપ છે.



આકૃતિ 16.2

આકૃતિ 16.2 માં PQR નું અંશ માપ = x^0

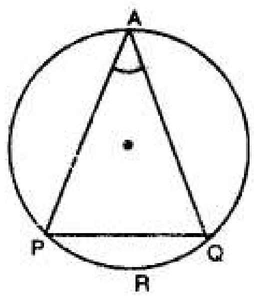
અર્ધવૃત્તનું અંશ માપ 180^0 હોય છે અને ગુરુચાપનું અંશ માપ 360^0 માંથી અનુરૂપ લઘુચાપનું અંશ માપ બાદ કરીએ તેટલું હોય છે.

ચાપની લંબાઈ અને તેના અંશ માપ વચ્ચેનો સંબંધ

ચાપની લંબાઈ = પરિઘ x ચાપનુ માપ / 360^0

જો ચાપનું અંશ માપ 40^0 હોય,

$$\text{તો PQR ચાપની લંબાઈ} = 2\pi r.\frac{40^\circ}{360^\circ} = \frac{2}{9}\pi r$$



આકૃતિ 16.3

અંતર્ગત કોણ : *ચાપ કે જીવા દ્વારા વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ આગળ આંતરેલ ખૂણો અંતર્ગત કોણ કહેવાય છે.*

આકૃતિ 16.3 માં ચાપ PRQ વડે અથવા જીવા PQ વડે, વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ A આગળ રચાતો $\angle$PAQ એ અંતર્ગત કોણ છે.

16.2 કેટલાક અગત્યના ગુણધર્મો

તમારે માટે પ્રવૃત્તિ :

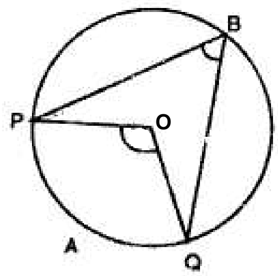
O કેન્દ્રવાળું વર્તુળ દોરો. PAQ એક ચાપ હોય અને B વર્તુળ પરનું કોઈ બિંદુ હોય.

કેન્દ્રીય ખૂણો POQ અને વર્તુળના બાકીના ભાગ આગલના

ચાપ દ્વારા અંતર્ગત કોણ PBQ માપો આપણે જોઈશું કે

$\angle POQ = 2 \quad PBQ$

વિવિધ વર્તુળો અને વિવિધ ચાપ લઈ આ પ્રવૃતિ ફરીથી કરો. આપણે જોઈશું કે



આકૃતિ 16.4

વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ચાપ દ્વારા આંતરેલ ખૂણો વર્તુળના બાકીના ભાગ પર કોઈ બિંદુ આગળ તે જ ચાપ આંતરેલ ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે.

B

P O Q

વર્તુળનું કેન્દ્ર O હોય અર્ધવૃત્ત PAQ અને તેનો અંતર્ગત કોણ PBQ વિચારો.

2 PBQ = POQ

આકૃતિ 16.5

(કારણ કે કેન્દ્ર આગળ ચાપ દ્વારા આંતરેલ ખૂણો એ વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ આગળ આંતરેલ ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે.)

પરંતુ POQ = 180^0

2 PBQ = 180^0

PBQ = 90^0

આમ આપણે નીચે પ્રમાણે તારવીએ :

અર્ધવૃત્તમાંનો અંતર્ગત કોણ કાટકોણ હોય છે.

પ્રમેય : વર્તુળના એક જ વૃત્તખંડમાંના ખૂણાઓ સમાન હોય છે.

પક્ષ : O કેન્દ્રવાળું વર્તુળ અને જીવા PQ (કે ચાપ PAQ) દ્વારા તે જ વૃત્તખંડમાં રચાયેલ ખૂણા $\angle PRQ$ અને $\angle PSQ$ છે.

સાધ્ય : PRQ = PSQ

રચના : OP અને OQ જોડો.

સાબિતી : કેન્દ્ર આગળ ચાપ વડે આંતરેલ ખૂણો વર્તુળના બાકીના ભાગ પર કોઈ બિંદુ આગળ આંતરેલ ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે,

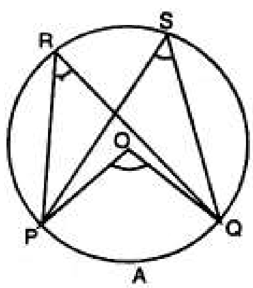


Fig. 16.6

તેથી આપણને મળે છે :

ઉપરના પરિણામોનો ઉપયોગ કરતાં કેટલાંક ઉદાહરણો લઈએ.

આ પ્રમેયનું પ્રતિપ્રમેય પણ સત્ય છે. આ પ્રતિપ્રમેય નીચે મુજબ છે. વિવિધ પ્રયોગો દ્વારા તેની સત્યતા ચકાસી શકાય.

"બે બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ, આ રેખાની એક જ બાજુએ આવેલા કોઈ બે બિંદુઓ સાથે જો સમાન ખૂણા આંતરે, તો ચારે બિંદુઓ વૃત્તીય હોય છે."

આ પરિણામની સત્યતા ચકાસવા માટે 5 સેમી લંબાઈનો એક રેખાખંડ AB દોરો. AB ની એક જ તરફ આવેલા C અને D બિંદુઓ મેળવો કે જેથી $\angle ACB = \angle ADB$ થાય.

હવે ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓ A, C, B માંથી પસાર થતું એક વર્તુળ દોરો. જુઓ, D ક્યાં છે ?

D પણ એ જ વર્તુળ પર આવેલું દેખાશે. એટલે કે A, B, C અને D વૃત્તીય બિંદુઓ છે.

જુદા જુદા માપના રેખાખંડો લઈને, ઉપરના પ્રયોગનું પુનરાવર્તન કરો. દરેક વખતે ચારેય બિંદુઓ એક જ વર્તુળ પર જોવા મળશે.

આ રીતે આપેલ પરિણામ સત્ય છે તેની ખાતરી થશે.

ઉદાહરણ 16.1 : આકૃતિ 16.7 માં, O વર્તુળનું કેન્દ્ર છે અને

$\angle AOC = 120^0$. $\angle ABC$ શોધો.

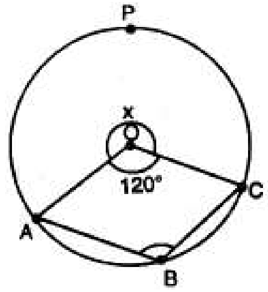
ઉકેલ : એ સ્પષ્ટ છે કે $\angle x$ ચાપ APC દ્વારા આંતરેલ કેન્દ્રીય કોણ છે અને $\angle ABC$ અંતર્ગત કોણ છે.

$\therefore \quad x = 2 \quad ABC$

પરંતુ $\quad x = 360^o - 120^0 = 240^o$

$2 \quad ABC = 240^o$

$ABC = 120^o$



આકૃતિ 16.7

ઉદાહરણ 16.2 : આકૃતિ 16.8 માં, O વર્તુળનું કેન્દ્ર છે અને $\angle PAQ = 35^0$. $\angle OPQ$ શોધો.

ઉકેલ : $\quad POQ = 2 \quad PAQ = 70^o \quad ...(i)$

(કેન્દ્ર આગળનો કોણ વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોણ કરતાં બમણો હોય છે.)

Since OP = OQ (Radii of the same circle)

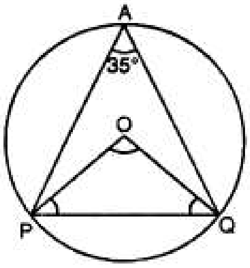
OPQ = OQP ...(ii)

(સમાન બાજુઓની સામેના કોણ સમાન હોય છે.)

પરંતુ OPQ + OQP + POQ = 180°

2 OPQ = 180°–70°= 110°

OPQ = 55°



આકૃતિ 16.8

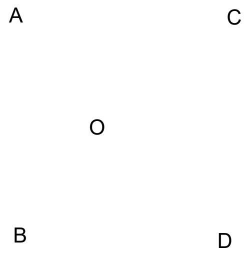
ઉદાહરણ 16.3 : *આકૃતિ 16.9માં, O વર્તુળનું કેન્દ્ર છે AD, ∠BAC વ્યાસ છે અને ∠BCD ને દ્વિભાગે છે. BC શોધો.*

ઉકેલ : BC વ્યાસ હોઈ

BAC =90°

(અર્ધવૃત્તમાંનો કોણ કાટકોણ હોય છે.)

AD, BAC ને દ્વિભાગે છે.



આકૃતિ 16.9

BAD = 45°

પરંતુ BCD = BAD

(એક જ વૃત્તખંડમાંના કોણ સમાન હોય છે.)

BCD = 45°

ઉદાહરણ 16.4 : *આકૃતિ 16.10માં, O વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. ∠POQ = 70° અને PS⊥OQ. ∠MQS શોધો.*

ઉકેલ : 2 PSQ = POQ = 70°

(વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ આંતરેલ કોણ વર્તુળના બાકીના ભાગ પર આંતરેલ કોણ કરતાં બમણો હોય છે.)

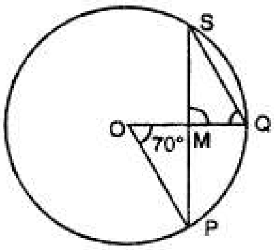
PSQ = 35°

MSQ + SMQ + MQS = 180°

(ત્રિકોણના ખૂણાઓનો સરવાળો)

35° + 90° + MQS = 180°

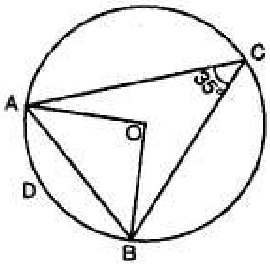
MQS = 180° – 125° = 55°



આકૃતિ 16.10

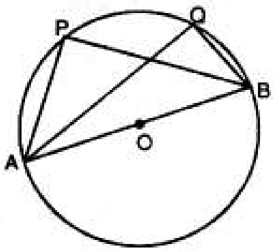
તમારી પ્રગતિ ચકાસો 16.1

1. આકૃતિ 16.11 માં, ADB એ કેન્દ્ર O વાળા વર્તુળનું ચાપ છે. જો $\angle ACB = 35^0$ હોય, તો $\angle AOB$ શોધો.



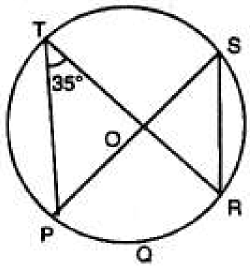
આકૃતિ 16.11

2. આકૃતિ 16.12માં, AOB એO કેન્દ્રવાળા વર્તુળનો વ્યાસ છે. શું $\angle APB = \angle AQB = 90^0$? કારણો આપો.



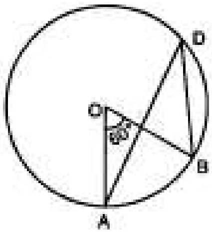
આકૃતિ 16.22

3. આકૃતિ 16.13માં PQR એ O કેન્દ્રવાળા વર્તુળનું ચાપ છે. જો $\angle PTR = 35^0$, તો $\angle PSR$ શોધો.



આકૃતિ 16.13

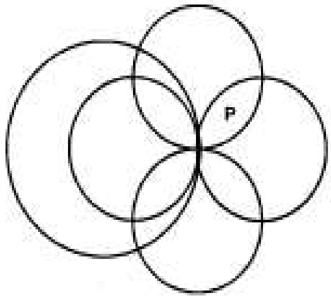
4. આકૃતિ 16.14, O વર્તુળનું કેન્દ્ર છે અને $\angle AOB = 60^0$ $\angle ADB$ શોધો.

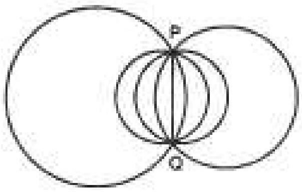


આકૃતિ 16.14

16.3 વૃત્તીય બિંદુઓ

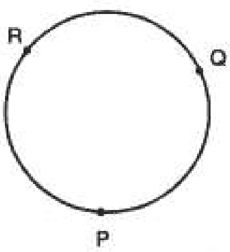
વ્યાખ્યા : વર્તુળ પર હોય, તે બિંદુઓ વૃત્તીય બિંદુઓ કહેવાય છે.
હવે આપણે અમુક શરતો શોધીએ, જે હેઠળ બિંદુઓ વૃત્તીય હોય છે.
જો તમે એક બિંદુ P લેશો, તો તમે આકૃતિ 16.15 પ્રમાણે તેમાંથી પસાર થતાં એક નહિ, પણ અનેક વર્તુળો દોરી શકશો.
હવે કાગળ પર કોઈ બે બિંદુઓ P અને Q લેશો. તો તમે આ બિંદુઓમાંથી પસાર થતાં તમે ઈચ્છો તેટલાં વર્તુળો દોરી શકશો. (આકૃતિ 16.16)





આકૃતિ 16.16

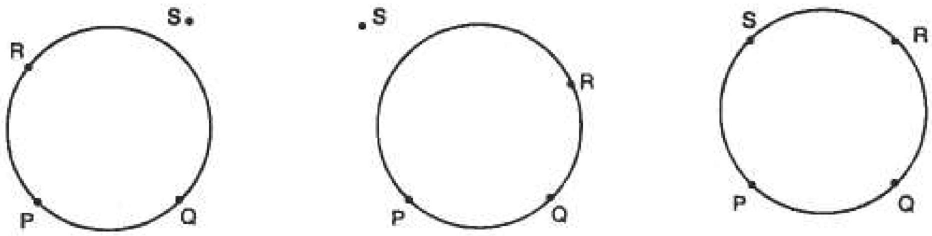
હવે આપણે ત્રણ બિંદુઓ P, Q અને R લઈએ, જે એક સુરેખા પર નથી. આ કિસ્સામાં તમે આ ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓમાંથી પસાર થતું માત્ર એક વર્તુળ દોરી શકો. (આકૃતિ 16.17)



આકૃતિ 16.17

આથી આગળ હવે આપણે ચાર બિંદુઓ P, Q, R અને S લઈએ, જે એક જ રેખા પર નથી. તમે જોશો કે ચાર અસમરેખ બિંદુઓમાંથી પસાર થતું વર્તુળ દોરવું હંમેશા શક્ય નથી.

આકૃતિ 16.18 (અ) અને (બ) માં, બિંદુઓ વૃત્તીય નથી, પણ આકૃતિ 16.18 (ક) માં વૃત્તીય છે.



(a) (b) (b)

આકૃતિ 16.18

નોંધ : જો બિંદુઓ P, Q અને R સમરેખ હોય, તો તેઓમાંથી પસાર થતું વર્તુળ દોરવું શક્ય નથી.

આમ આપણે તારવીએ :

1. માત્ર એક કે બે બિંદુઓ આપેલ હોય, તો તેમાંથી પસાર થતાં અસંખ્ય વર્તુળો દોરી શકાય.
2. ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓ હંમેશાં એકવૃત્તીય હોય છે અને તે બધામાંથી પસાર થતું માત્ર એક વર્તુળો હોય છે.
3. ત્રણ સમરેખ બિંદુઓ એકવૃત્તીય હોતાં નથી.
4. ચાર અસમરેખ બિંદુઓ એકવૃત્તીય હોય કે ન પણ હોય.

16.6.1 ચક્રીય ચતુષ્કોણ

જો કોઈ ચતુષ્કોણનાં તમામ ચાર શિરોબિંદુઓમાંથી પસાર થતું એક વર્તુળ હોય તો તેને ચક્રીય ચતુષ્કોણ કહેવાય

ઉદાહરણાર્થ, આકૃતિ 16.19 ચતુષ્કોણમાં PQRS ચક્રીયે ચતુષ્કોણ છે.

પ્રમેય : ચક્રીય ચતુષ્કોણના સામસેમાના ખૂણાઓના સરવાળો 1800 હોય છે.

પક્ષ : ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD છે.

To prove : $\angle$BAD + BCD = ABC + ADC = 180^0.

Construction : AC અને DB દોરો.

Proof : ACB = ADB

અને BAC = BDS

[એક જ વૃત્તખંડમાં ખૂણા]

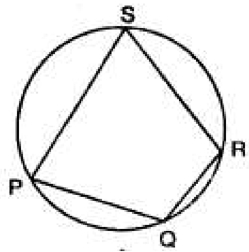


Fig. 16.19

ACB + BAC = ADB + BDC = ADC

બંને બાજુએ ABC ઉમેરતાં,

ACB + BAC + ABC = ADC + ABC

પરંતુ ACB + BAC + ABC = 180° [ત્રિકોણના ખૂણાઓનો સરવાળો]

ADC + ABC = 180°

BAD + BCD = ADC + ABC = 180°.

ઈતિ સિદ્ધમ્

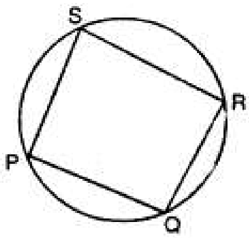
આ પ્રમેયનું પ્રતિપ્રમેય પણ સાચું છે.

જો ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાની જોડ પૂરક હોય, તો તે ચતુષ્કોણ ચક્રીય હોય છે.

ચકાસણી :

ચતુષ્કોણ PQRS દોરો

ચતુષ્કોણ PQRS માં,



P + R = 180°

અને S + Q = 180°

તેથી, P, Q અને R માંથી પસાર થતું વર્તુળ દોરો અને જુઓ કે તે બિંદુ S માંથી પણ પસાર થાય છે. તેથી આપણે તારવીશું કે ચતુષ્કોણ PQRS ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે. ઉપરના પરિણામોનો ઉપયોગ કરતાં કેટલાંક ઉદાહરણો ઉકેલીએ.

ઉદાહરણ 16.5 : ABCD એ ચક્રીય સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

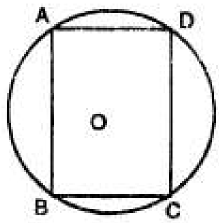
દર્શાવો કે તે લંબરોચરસ છે.

A + C = 180°

(ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.)

A = C હોઈ,

(સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણા)



પરિણામ (1) માં $\angle C$ ની કિંમત મૂકતાં

અથવા $A + A = 180^\circ$

$2 A = 180^\circ$

$A = 90^\circ$

આમ, ABCD લંબચોરસ છે.

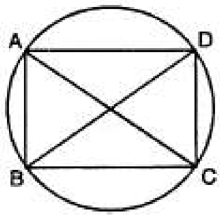
ઉદાહરણ 16.6 : ચક્રીય ચતુષ્કોણની સામેની બાજુઓની જોડ સમાન છે. સાબિત કરો કે તેના વિકર્ણ પણ સમાન હોય છે. (જુઓ આકૃતિ 16.23)

Solution : ધારો કે ABCD ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે અને AB = CD.

ચાપ AB = ચાપ CD (અનુરૂપ ચાપ)

ચાપ AD બંને બાજુમાં ઉમેરતાં,

ચાપ AB + ચાપ AD = ચાપ CD + ચાપ AD



ચાપ BAD = ચાપ CDA

જીવા BD = જીવા CA

BD = CA

ઉદાહરણ 16.7 : આકૃતિ 16.24 માં PQRS ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે, જેના વિકર્ણો A આગળ છેદે છે. જો $\angle SQR = 80^0$ અને $\angle QPR = 30^0$, તો $\angle SRQ$ શોધો.

ઉકેલ : આપેલ છે. SQR = 80°

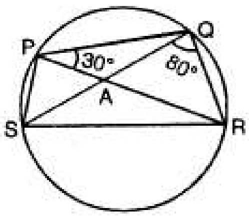
Since SQR = SPR

[એક જ વૃત્તખંડમાં ખૂણા]

SPR = 80°

SPQ = SPR + RPQ

= $80^\circ + 30^\circ$.



અથવા SPQ = 110°.

પરંતુ SPQ + SRQ = 180°. (Sum of the opposite angles of a cyclic quadrilateral is 180°)

SRQ = 180° – SPQ

= 180° – 110° = 70°

ઉદાહરણ 16.8 : PQRS એ ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.

જો Q = R = 65°, find P અને S શોધો.

ઉકેલ : P + R = 180°

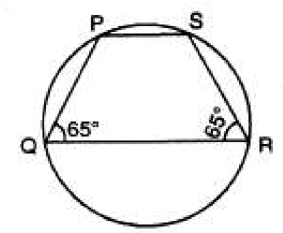
P = 180° – R = 180° – 65°

P = 115°

તે જ પ્રમાણે, Q + S = 180°

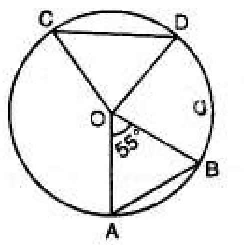
S = 180° – Q =180° – 65°

S = 115°.



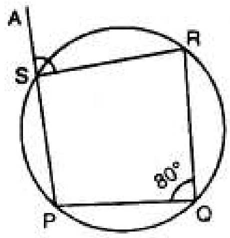
તમારી પ્રગતિ ચકાસો 16.2

1. આકૃતિ 16.26માં AB અને CD એ O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની બે સમાન જીવાઓ છે. જો ∠AOB = 55^0, હોય, તો ∠COD શોધો.



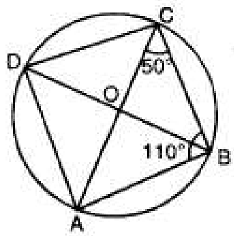
આકૃતિ 16.26

2. આકૃતિ 16.27માં, PQRS એ ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે, અને તેની બાજુPS બિંદુ A સુધી લંબાવવામાં આવેલ છે. જો ∠PQR = 80^0 હોય, તો ∠ASR શોધો.



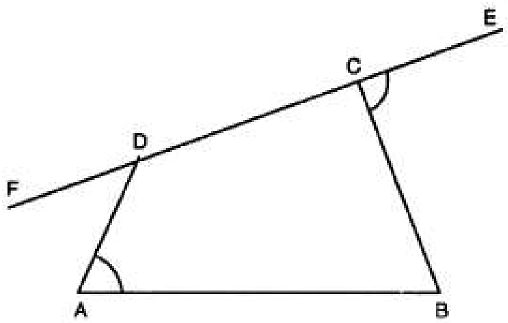
આકૃતિ 16.27

3. આકૃતિ 16.28માં, ABCD એ ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે, જેના વિકર્ણો O આગળ છેદે છે. જો $\angle ACB = 50^0$ અને $\angle ABC = 11^0$ હોય, તો $\angle BDC$ શોધો.



આકૃતિ 16.28

4. આકૃતિ 16.29માં, ABCD એક ચતુષ્કોણ છે. જો $\angle A = \angle BCE$, તો શું તેવો ચતુષ્કોણ ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે ? કારણો આપો.



આકૃતિ 16.29

નોંધ

સારાંશ :

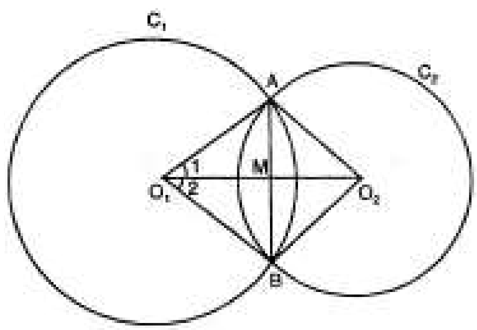
- વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ચાપ (કે જીવા) દ્વારા આંતરેલ કોણ કેન્દ્રીય કોણ કહેવાય છે અને વર્તુળના બાકીના ભાગ પર કોઈ બિંદુએ તેના દ્વારા આંતરેલ કોણ અંતર્ગત કોણ કહેવાય છે.
- એક જ વર્તુળ પરનાં બિંદુઓ એકવૃત્તીય બિંદુઓ કહેવાય છે.
- વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ચાપ દ્વારા આંતરેલ કોણ વર્તુળના બાકીના ભાગ પર કોઈ બિંદુએ તેના દાવ્રા આંતરેલ કોણ કરતાં બમણો હોય છે.
- અર્ધવૃત્તમાં અંતર્ગતકોણ કાટકોણ હોય છે.
- વર્તુળના એક જ વૃત્તખંડમાંના ખૂણા સમાન હોયછે.
- ચક્રીય ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓનાં સરવાળો 180^0 હોય છે.
- જો ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાની એક જોડ પૂરક હોય, તો તે ચતુષ્કોણ ચક્રીય હોય.

સત્રાંત સ્વાધ્યાય

1. ચોરસ PQRS, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળમાં અંતર્ગત છે. દરેક બાજુ કેન્દ્ર O આગળ ક્યો ખૂણો આંતરે છે ?

2. આકૃતિ 16.30માં C_1 અને C_2 એ O_1 અને O_2 કેન્દ્રવાળાં બે વર્તુળો છે અને તે બિંદુઓ A અને B આગળ છેદે છે. જો O_1, O_2 AB ને M આગળ છેદે, તો દર્શાવો કે :

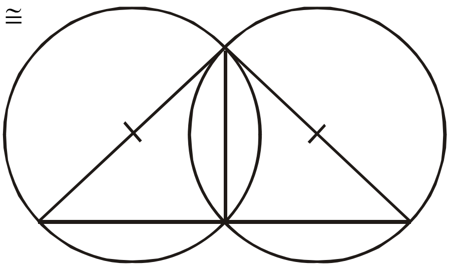
   (i) ΔO_1AO_2 ΔO_1BO_2 (ii) M એ AB નું મધ્યબિંદુ છે. (iii) AB O_1O_2



આકૃતિ 16.30

(માર્ગદર્શન : (1) પરથી તારવો કે $\angle 1 = \angle 2$ અને પછી સાબિત કરો કે $\Delta AO_1M \cong \Delta BO_1M$ (બાજૂબા નિયમ દ્વારા))

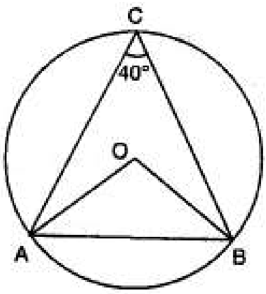
3. બે વર્તુળો A અને B માં છેદે છે. AC અને AD વર્તુળોનો વ્યાસ છે. સાબિત કરો કે C, B અને D સમરેખ છે.



આકૃતિ 16.31

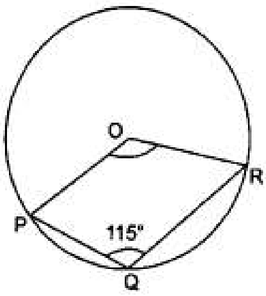
(માર્ગદર્શન : CB, BD અને AB જોડો : $\angle ABC = 90^0$ અને $\angle ABD = 90^0$ હોઈ)

4. આકૃતિ 16.32 માં AB, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની જીવા છે. જો $\angle ACB = 40^0$, તો $\angle OAB$ શોધો.



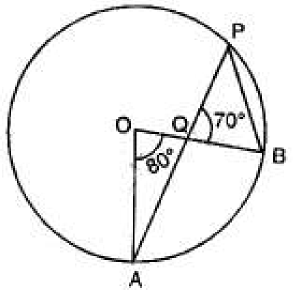
આકૃતિ 16.32

5. આકૃતિ 16.33 માં, O એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે અને $\angle PQR = 115^0$. $\angle POR$ શોધો.



આકૃતિ 16.33

6. આકૃતિ 16.34માં, O વર્તુળનું કેન્દ્ર, $\angle AOB = 80^0$ અને $\angle PQB = 70^0$. $\angle PBQ$ શોધો.



આકૃતિ 16.34

ઉત્તરો

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 16.1

(1) 70^0 (2) હા (3) 35^0 (4) 30^0

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 16.2

(1) 55^0 (2) 80^0 (3) 20^0 (4) હા

સત્રાંત સ્વાધ્યાય

(1) 90^0 (2) 50^0 (3) 130^0 (4) 70^0