# 21

# ઘન પદાર્થોની સપાટીનાં ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ (કદ)

## પરિચય

લંબચોરસ, ચોરસ, ત્રિકણો, સમલંબ ચતુષ્કોણ, વર્તુળ, વૃત્તાંશ, જેવી સમતલીય આકૃતિઓની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ વિશે તમે શીખી ગયા છો. આ બધી સમતલીય અને ક્ષેત્રફળ વિશે તમે શીખી ગયા છો. આ બધી સમતલી આકૃતિઓ કહેવાય છે કારણ કે દરેક પૂરે પૂરી સમતલ ઉપર પથરાયેલી હોય છે. રોજબરોજના ઉપયોગમાં આવતી ઘણી વસ્તુઓ એવી છે જે પૂરેપૂરી (સંપૂર્ણ) સમતલ (સપાટી) ઉપર ન હોય. એમાંથી કેટલીક છે; ઈંટો, દડો, આઈસ્ક્રીમ કોન, ડ્રમ (નળકાર), વગેરે આ બધા ઘન પદાર્થો છે અથવા ત્રિપરિમાણીય પદાર્થો છે. આ ઘન પદાર્થોને રજૂ કરતી આકૃતિઓને ત્રિપરિમાણીય અથવા ઘનાકૃતિ કહેવાય છે. લંબઘન, સમઘન, નળાકાર, શંકુ અને ગોળો ખૂબ જાણીતી ઘનાકૃતિઓ છે. આ પાઠમાં આપણે એ ઘનાકૃતિઓની સપાટીનાં ક્ષેત્રફળ અને તેમના ઘનફળનો અભ્યાસ કરીશું.

## હેતુઓ

**આ પ્રકરણ શીખ્યા પછીની અધ્યેતા**

- ઘનાકૃતિનાં સપાટીનાં ક્ષેત્રફળ અને તેના ઘનફળનો અર્થ સમજી શકશે.
- ક્યારે સપાટીની ક્ષેત્રફળની જરૂર છે અને ક્યારે ઘનાકૃતિના ઘનફળની જરૂર છે તેનો ભેદ પારીખ શકશે.
- લંબઘન, સમઘન, નળાકાર, શંકુ, ગોળા અને અર્ધગોળાની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ ગણવા જે-તે સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકશે.
- લંબઘન, સમઘન, નળાકાર, શંકુ, ગોળો અને અર્ધગોળાનું ઘનફળ ગણવા જે-તે સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકશે.
- રોજબરોજના વ્યવહારમાં ઘનપદાર્થોની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને તેનું ઘનફળને લગતા ઉકેલી શકશે.

## 21.1 અપેક્ષિત પૂર્વજ્ઞાન

- *સમતલીય સુરેખ આકૃતિની પરિમિત અને ક્ષેત્રફળ*
- *વર્તુળનો પરિઘ અને તેનું ક્ષેત્રફળ*
- *ચાર મૂળભુત ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓ*
- *એક ચલ અને દ્વિચલ સમીકરણનો ઉકેલ*

## 21.4 પદાર્થની સપાટીના ક્ષેત્રફળ અને પદાર્થના ઘનફળની સમજ :

*નીચે આકૃતિ 21.1 માં આપેલા પદાર્થો જુઓ*

**આકૃતિ 21.1**

*નીચેના પદાર્થો ભૌમિતિક રીતે ત્રિપરિમાણીય અથવા ઘનાકૃતિ સ્વરૂપે દર્શાવ્યા છે.*

| **પદાર્થો** | **ઘનાકૃતિ** |
|---|---|
| *ઈંટ, કબાટ* | *લંબઘટન* |
| *બિબું, ચાનું પેકેટ* | *સમઘન* |

| | |
|---|---|
| ઢોલ, પાઉડરનો ડબો | નળાકાર |
| જોકર ટોપી, આઈસ્ક્રીમ કોન | શંકુ |
| ફૂટબોલ, દડો | ગોળો |
| કટોરો | અર્ધગોળો |

યાદ કરો કે લંબચોરસ એ બાજુઓથી બનલી આકૃતિ છે, તેની બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો કરવાથી તેની પરિમિતિ જાણી શકાય છે. અને તેણે રોકેલી જગ્યાનું માપ એ તેનું ક્ષેત્રફળ છે. એ જ રીતે ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો તેની પરિમિતિ કહેવાય છે. અને તેના દ્વારા ઘેરાતા પ્રદેશના માપને તેનું ક્ષેત્રફળ કહેવાય છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો સમતલીય આકૃતિની હદને તેની પરિમિતિ કહે છે અને આકૃતિ વડે ઘેરાતા સમતલના ભાગને તેનું ક્ષેત્રફળ કહે છે.

એ જ રીતે વિચારીએ તો ઘનાકૃતિ બહારની હદથી (સીમાથી) અથવા બહારની સમાપટીથી બનેલી છે. દાખલા તરીકે લંબઘન એ છ લંબચોરસ વિસ્તારોથી (જે તે તેની સપાટીઓ કહે છે) બનવેલી ઘનાકૃતી છે. એ જ રીતે ગોળો એ બહારની સપાટી કે સીમાથી બનેલો છે. સમતલીય આકૃતિઓની જેમ જ ઘનાકૃતિઓ પણ બે રીતે માપી શકાય છે, જે નીચે મજુબ છે.

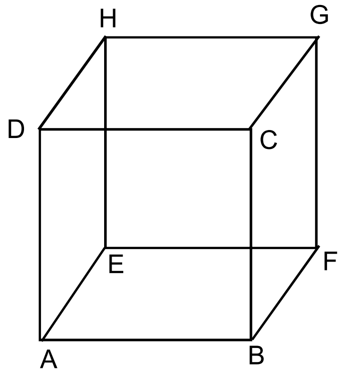
(1) ઘન પદાર્થની અંગભૂત સપાટીઓના માપનને ઘનાકૃતિની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કહે છે.

(2) ઘન પદાર્થો અવકાશમાં રોકેલી જગ્યાના માપને ઘનાકૃતિનું ઘનફળ (કદ) કહે છે.

આ રીતે કહી શકાય કે સપાટીનું ક્ષેત્રફળ એ ઘનાકૃતિનું પોતાનું માપ છે, જ્યારે ઘનફળળ એ અવકાશમાં ઘનાકૃતિએ રોકેલી જગ્યાનું માપ છે. ક્ષેત્રફળ ચોરસ એકમમાં દર્શાવાય છે અને ઘનફળ ઘનએકમમાં દર્શાવાય છે. જો સમદાનની બાજુ 1 સેમી પસદ કરવામાં આવે તો તેના ઘનફળનો એકમ ઘન સેમી (સેમી3) બને છે. એ જ રીતે જો સમઘનની બાજુ 1 મીટર પસંદ કરવામાં આવે (લેવામાં આવે), તો તેના ઘનયળનો એકમ ઘનમીટર (મીટર3) બને છે. એ જ રીતે અન્ય એકમ માટે વિચારી શકાય.

રોજ બરોજના વ્યવહારમાં ઘણીવાર આપણને સપાટીના ક્ષેત્રફળ શોધવાની, તો ઘણીવાર ઘનફળ શોધવાની આવશ્યકતા ઉભી થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે આપણે દીવાલોને ધોળવાનું અને ઓરડાની છતને ધોળવાનું વિચારતા હોઈએ, તો આપણે દીવાલો અને છતનું ક્ષેત્રફળ જાણવું જોઈએ, તદ્ઉપરાંત જો આપણે પાણી કે દૂધને કોઈ વાસણમાં ભરવા માગતા હોઈએ કે વખારમાં અનાજ ભરવા માગતા હોઈએ, તો આપણે વાણસ કે વખારનું ઘનફળ (કદ) જાણવું જોઈએ.

## 21.2 લંઘઘન અને સમઘન



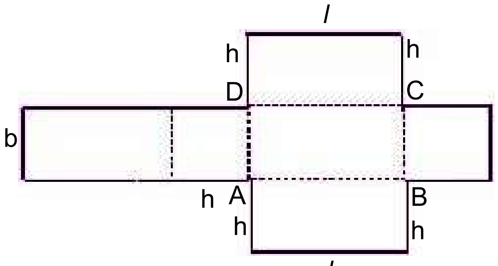
આકૃતિ. 21.2

અગાઉ જાણકારી મેળવ્યા મુજબ ઈંટ, ચોક પેટી, કંપાસ પેટી, દિવાસળીની પેટી, ચોપડી વગેરે લંબઘનના ઉદાહરણો છે. આકૃતિ 21.2 લંબઘન દર્શાવે છે. આકૃતિમાં સરળતાથી જોઈ શકાય છે કે લંબઘનને છ સપાટીઓ છે, જે દરેક એક લંબચરોસ આકારનો પ્રદેશ છે. આ છ સપાટીઓ ABCD, ABFE, BCGF, EFGH, ADHE અને CDHG છે. આ બધામાં ABFE અને CDHG, ABCD અને EFGH તેમજ ADHE અને BCGH એ સમાસામેની સપાટીઓ છે વળી તેઓ પરસ્પર એકરૂપ અને સમાંતર છે. પાસપાસેની બે સપાટીઓ એક રેખાખંડમાં મળે છે જેને લંબઘનની ધાર કહે છે. ઉદાહરણ તરીકે લઈએ તો ABCD અને ABFE ધાર AB માં પરસ્પર મળે છે. બધું મળીને લંબઘનને કુલ 12 ધાર હોય છે. A,B,C,D,E,F,G અને H લંબઘનના ખૂણાઓ કે શિરોબિંદુઓ છે. આમ, લંબઘનને કુલ 8 ખૂણાઓ કે શિરોબિંદુઓ છે.

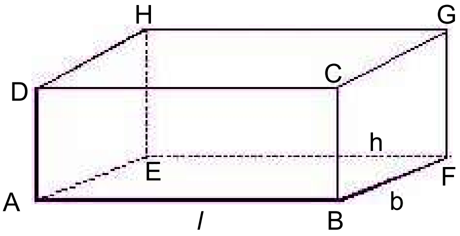
વધારામાં એ પણ જોઈ શકાય છે કે દરેક શિરોબિંદુએ ત્રણ ધાર મળે છે. આ ત્રણ ધારમાં એક ધાર લંબાઈની, બીજી ધાર પહોંચાઈની અને ત્રીજીધાર ઉંચાઈની હોય છે. (ઊંચાઈને સંજોગો મુજબ જાડાઈ કે ઊંડાઈ પણ કહેવાય છે). આ લંબાઈ, પહોંચાઈ અને ઊંચાઈને અનુક્રમે l, b અને h વડે દર્શાવાય છે. આ રીતે કહી શકાય કે AB(=EF=CD=GH) એ લંબઘનની લંબાઈ, AE (=BF-CG-DH) એ પહોંચાઈ અને AD = (EH = BC=FG) એ ઊંચાઈ છે.

જુઓ કે સપાટીઓ ABFE, AEHD અને EFGH શિરોબિંદુ E આગળ મળે છે અને આની સામેની સપાટીઓ DCGH, BFGC અને ABCD શિરોબિંદુ C આગળ મળે છે. એટલે E અને C એ સામસામેના શિરોબિંદુઓ કહેવાય છે. E અને C એ સામસામેના શિરોબિંદુઓ કહેવાય છે. E અને C ને જોડનારો રેખાખંડ EC ને લંબઘનનો વિકર્ણ કહેવાય છે. એ રીતે AG, BH અને FD. પણ લંબઘનના વિકર્ણો છે. એકંદરે લંબઘનને ચાર વિકર્ણો હોય છે.

સપાટીનું ક્ષેત્રફળ (પૃષ્ઠફળ)



(i)

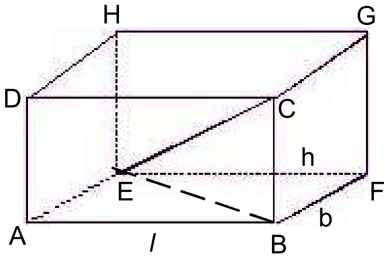


(ii)

**આકૃતિ - 21.3**

*આકૃતિ 21.3 (i) જુઓ, જો તેને ડોટેડ રેખાખંડોથી વાળવામાં આવે, તો તે આકૃતિ 21.3 (i) જેવા આકાર ધારણ કરશે, લંબઘન છે. આ લંબઘનની લંબાઈ, પહોંચાઈ અને ઊંચાઈને અનુક્રમ l, b અને l વડે દર્શાવ્યા છે. (આકૃતિ 21.3 (ii)). સપાટીના ક્ષેત્રફળ અંગે તમે શું કહી શકશો ? આકૃતિ 21.3 (i) માં દર્શાવ્યા મુજબના છ લંબચોરસના ક્ષેત્રફળનો સરવાળો લંબઘનની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ (પૃષ્ઠફળ) બનશે.*

*એકજ પદાર્થના એકથી વધુ સપાટીના ક્ષેત્રફળના સરવાળાને કુલ ક્ષેત્રફળ કહેવાય બદલે પૃષ્ઠફળ કહીશું (કુલ ક્ષેત્રફળ એટલે પૃષ્ઠફળ)*




*આ રીતે, લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ =*

$= l\times b + b\times h + h\times l + l\times b + b\times h + h\times l$

$= 2(lb + bh + hl)$

*આકૃતિ* 21.3 (ii), *માં* BE *અને* EC *જોડવામાં આવે તો આકૃતિ* 21.4 *બને*

$\angle$=AB = 90° *છે.*

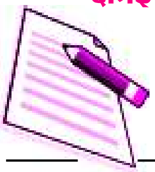
$\therefore \quad BE^2 = AB^2 + AE^2$

$\therefore \quad BE^2 = l^2 + b^2 \qquad$ -(1)

*વળી,* $\angle CBE = 90^\circ$ *છે.*

$\therefore \quad EC^2 = BC^2 + BE^2$

$\therefore \quad EC^2 = h^2 + l^2 + b^2$ [(i) *પરથી*]







$\therefore \quad EC = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}.$

તેથી લંબઘનની વિકર્ણ = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}.$

આપણે જાણીએ છીએ કે સમઘન એ ખાસ પ્રકારનો લંબઘન જ છે, જેમાં લંબાઈ = પહોંચાઈ = ઊંચાઈ એટલે $l = b = h$.હોય છે.

હવે આપણે આ સૂત્રનો ઉપયો કેટલાક ઉદાહરણ દ્વારા સમજીશું

ઉદાહરણ 21.1 એક લંબઘનની લંબાઈ, પહોચાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે 4 સેમી, 3 સેમી અને 12 છે. તે પરથી (i) સપાટીનું ક્ષેત્રફળ (ii) ઘનફળ અને (iii) લંબઘનનો વિકર્ણ શોધો.

ઉકેલ : (i) લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ

$= 2\ (lb + bh + hl)$

$= 2\ (4\times3+3\times12+12\times4)\text{cm}^2$

$= 2\ (12 + 36 + 48)\text{cm}^2$

$= 192\ \text{cm}^2$

(ii) લંબઘનનું ઘનફળ = $lbh$

$= 4 \times 3 \times 12\ \text{cm}^3$

$= 144\ \text{cm}^2$

(iii) Diagonal of the cuboid

$= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}.$

$= \sqrt{4^2 + 3^2 + 12^2}$ cm.

$= \sqrt{16 + 9 + 144}$ cm.

$= \sqrt{169}$ cm

$= 13$ cm

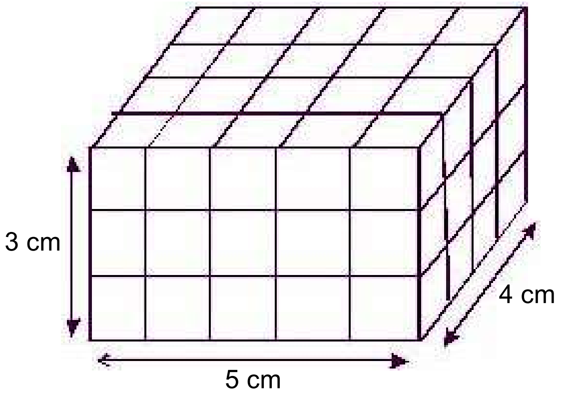
તેથી , a બાજુવાળા સમઘનનું પૃષ્ઠફળ = 2 (a x a +a x a x a x a)

$6a^2$

અને તેનો વિકર્ણ = $\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

ઘનફળ :

કેટલા 1 સેમી બાજુવાળા એકમ સમઘન લો અને તેમને એવી રીતે જોડો કે જેથી લંબઘન તૈયાર થાય (જુઓ આકૃતિ 21.5)




**આકૃતિ 21.5**

એકમ ઘનની ગણતરી કરીને તમે કહી શકશો કે આ લંબઘન 60 એકમ સમઘનો બનેલો છે.

તેથી તેનું ઘનફળ = 60 એકમ સમઘન = 60 સેમી3 (કારણ કે 1 એકમ સમઘનનું ઘનફળ 1 સેમી3 છે.)

વળી તમે જુઓ કે લંબાઈ x પહોંચાઈ x ઊંચાઈ = 5 x 4 x 3

આવી રીતે તમે એકમ સમઘન ગોઠવીને વિવિધ લંબઘન બનાવો, સમઘનની સંખ્યા ગણો સાથો સાથ લંબાઈ, પહોંચાઈ અને ઊંચાઈનો ગુણાકાર પણ કરો. દરેક વખતે તમે જોઈ શકશો કે લંબઘનનું ઘનફળ = લંબાઈ x પહોળાઈ x ઊંચાઈ = lth

ઉપરાંત, સમઘન એ ખાસ પ્રકારનો લંબઘન છે, જેમાં $l = b = h$ હોય છે તેથી

a બાજુવાળા સમઘનનું ઘનફળ a x a x a = $a^3$...

(iii) Diagonal of the cuboid

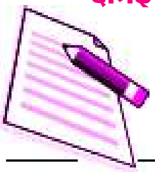
$= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$.

$= \sqrt{4^2 + 3^2 + 12^2}$ cm.

$= \sqrt{16 + 9 + 144}$ cm.

$= \sqrt{169}$ cm

= 13 cm



નોંધ



ઉદાહરણ 21.2 લંબાઈ 3 મીટર, પહોંચાઈ 2 મી અને જાડાઈ 25 સેમી ધરાવતો એક લંબઘનાકાર પથ્થર છે. તેનું ઘનફળ શોધો.

ઉકેલ : અહીં $l$=3 મી, b=2 મી અને h = 25 સેમી = 0.25 મી છે. (પથ્થરની જાડાઈને આપણે અહીં ઊંચાઈ તરીકે દર્શાવી છે)

પથ્થરનું ઘનફળ = lbh

= 3 x 3 x 0.25

= 1.50 ઘનમીટર (મીટર$^3$)

ઉદાહરણ - 21.3 એક સમ ઘનનું ઘનફળ 2197 સેમી$^3$ છે. તેની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને તેનો વિકર્ણ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે સમઘનની ધાર a સેમી છે.

∴ ઘનફળ = $a^3$

∴ 2197 = $a^3$

∴ $(13)^3 = a^3$

∴ a= 13 સેમી ∴ ધારની લંબાઈ 13 સેમી છે.

હવે સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $6a^2$

= 6 x 13 x 13

= 1014 સેમી$^2$

સમઘનનો વિકર્ણ =

= $\sqrt{a^2+a^2+a^2}$.

= $\sqrt{3a^2}$

= $\sqrt{3\times13^2}$

= $13\sqrt{3}$ સેમી

ઉદાહરણ **21.4 :** એક લંબઘનાકાર ટાંકીની લંબાઈ અને પહોંચાઈ અનુક્રમે 5 મી અને 4 મી છે. તે 60m$^3$ પાણી સમાવી શકે છે. ટાંકીની ઊંડાઈ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે ટાંકીની ઊંડાઈ d મી છે.

ટાંકનું ઘનફળ = $l$bh

∴ 60 = 5 x 4 x d

∴ d = 3 મી

∴ ટાંકની ઊંડાઈ 3 મી હશે.

નોંધ : વાસણના ઘનફળને સામાન્ય રીતે તેની ગુંજાશ કહે છે. એ રીતે અહીં કહી શકાય કે ટાંકીની ગુંજારા $60m^3$ છે. ગુંજારા લિટરમાં દર્શાવવામાં આવે છે. જ્યા 1 લિટર = 1000 ઘનસેમી અથવા સેમી3 અને 1000 લિટર = 1 કિલોલિટર = $1m^3$

તેથી આ ટાંકીની ગુંજાશ = 60 x 1 = 60 કિલોલિટર

= 60000 લિટર છે.

એમ કહેવાય.

**ઉદાહરણ : 21.5 :** ઉપરથી ખૂલ્લી હોય એવી લાકડાની એક પેટી 1.5 મી લાંબી 1.25 મી પહોળી અને 65 સેમી ઊંડી છે. લાકડાની જાડાઈને અવગણવાની છે (ગણતરીમાં લેવાની નથી) લાકડાનો ભાવ રૂા. $200m^2$ હોય, તો આ પેટી બનવવામાં અવપરાયેલા લાકડાની કિંમત શોધો.

**ઉકેલ :** વપરાયેલા લાકડાની સપાટીનું પૃષ્ઠફળ = $lb + 2bh + 2hl$ (પેટીની મથાળું નથી તેથી $2lb$ બદલે $lb$ લીધું છે.)

$$= (1.5\times1.25) + 2\times1.25 \times \frac{65}{100} + 2 \times \frac{65}{100} \times1.5)m^2$$

$$= (1.875 + \frac{162.5}{100} + \frac{195}{100}\ ) \ m^2$$

$$= (1.875 + 1.625 + 1.95)m^2 = 5.450 \ m^2$$

$1m^2$ લાકડાની કિંમત 200

તેથી 5.45 લાકડાની કિંમત = 200 × 5.450

= ₹ 1090 રૂપિયા

**ઉદાહરણ 21.6 :** 10m ઊંડી અને 100m પહોળી નદીમાં વહેતા પાણીની ઝડપ કલાકના 4.5 કિમી છે. એક સેકન્ડમાં આ નદીનું કેટલું પાણી દરિયામાં ઠલવાતું હશે ?

**ઉકેલ :** પાણીના પ્રવાહની ઝડપ (ગતિ) = 4.5 કિમી / કલાક

$$= \frac{4.5\times1000}{60\times60} \text{ મીટર / સેકન્ડ}$$

= મી/સે

$= \frac{5}{4}$ મી/સે

દર સેકન્ડે દરિયામાં ઠલવાતા પાણીનું ઘનફળ $= l\,bh$

$= \frac{5}{4} \times 100 \times 10 \text{ m}^3$

$= 1250 \text{ m}^3$

દર સેકન્ડે 1250 કિલોલિટર પાણી દરિયામાં ઠલવાતું હશે

**ઉદાહરણ 21.7 :** એક લંબચોરસ ખેતરની લંબાઈ 588 મી અને પહોંચાઈ 50 મી છે. તેમાં 30 મી લાંબો, ૨0 મી પહોળો અને 12 મી ઊંડો ખાડો ખોદવામાં આવ્યો. વીકળેલી મારી ખેતરના બાકીના ભાગમાં એક સરખી રીતે પાથરી દેવામાં આવે, તો ખેતરની સપાટી કેટલી ઊંચી આવે ?

**ઉકેલ :** નીકળેલી માટીનું ઘનફળ = ખાડાનું ઘનફળ

= લંબાઈ × પહોંચાઈ × ઊંડાઈ

$= 30 \times 20 \times 12$

$= 30 \times 20 \times 12 \text{ m}^3$

$= 7200 \text{ m}^3$

માટી પાથરવાની સપાટીનું ક્ષે = ખેતરનું ક્ષે. - ખાડાના મથાળાનું ક્ષેત્રફળ

$= 588 \times 50 \text{ m}^2 - 30 \times 20 \text{ m}^2$

$= 29400 \text{ m}^2 - 600 \text{ m}^2$

$= 28800 \text{ m}^2$

ખેતરની સપાટીની ઊંચાઈ $= \frac{\text{માટીનું ઘનફળ માટી પાથરવાનું ક્ષેત્રફળ}}{\text{બાકીના ભાગનું ક્ષેત્રફળ}}$

$= \frac{7200}{28800} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$

આમ, ખેતરની સપાટી 25 સેમી ઊંચી આવે

**ઉદાહરણ 21.8:** એક ઓરડાનું માપ 7m x 4m x 3m છે. તેમાં એક બારણું અને એક બારીનું માપ અનુક્રમે 2m x 1.5m અને 1.5m x 1m છે. આ ઓરડાની દીવાલોને અને છતને ધોળવાનો ખર્ચ દર ચોરસમીટરે 4 લેખે કેટલો થાય ?

નોંધ : 7m x 4m x 3m એટલે લંબાઈ 7m, પહોળાઈ 7m અને ઊંચાઈ 3m છે એવા અર્થ થાય છે. બારણાનું માપ 2m x 1.5m એટલે બારણાની લંબાઈ (2m અને પહોંચાઈ 1.5 મી છે. એવો અર્થ થાય છે)

ઉકેલ : ધોળવાની જગ્યાનું ક્ષે. = ચાર દિવાલોનું ક્ષે. + છતનું ક્ષે. - બારણાનું ક્ષે. - બારીનું ક્ષે. (1)

ચાર દીવાલોનું ક્ષે. = $l\times h+b\times h+l\times h+b\times h$

$= 2(l+b)\times h$

$= 2(7+4)\times 3\ m^2$

$= 66m^2$

છતનું ક્ષે. = $l\times b = 7\times 4\ m^2 = 28m^2$

બારીબારણાંનું ક્ષે. = $2 \times 1.5 + 1.5 \times 1 = 4.5\ m^2$

(1) માં કિંમત મૂક્તાં

ધોળવાની જગ્યાનું ક્ષે. 66 + 28 - 4.5

= 89.5 ચોરસ મીટર અથવા $m^2$

1 ચોમી જગ્યા ધોળવાનો ખર્ચ ₹ 4

89.5 ચોમી જગ્યા ધોળવાનો ખર્ચ = 89.5 × 4

= 358 રૂપિયા

નોંધ : ચાર દીવાલોનું ક્ષેત્રફળ = એ સૂત્રનો સીધો ઉપયોગ પણ કરી શકાય.

## તમારી પ્રગતી ચકાસો - 21.1

1. 6 મી લંબાઈ, 3 મી પહોળાઈ અને 2.5 મી ઊંચાઈ ધરાવતા લંબઘનની સપાટીનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધો.
2. એક સમઘનની ધાર 3.6 સેમી છે તેની સપાટીનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધો.
3. એક સમઘનનું ઘનફળ 3375 સેમી3 છે. સમઘની બાજુનું માપ અને સપાટીનું પૃષ્ઠફળ શોધો.
4. લાકડાની એક પેટીનું બહારથી માપ 42સેમી × 32સેમી ×27 સેમી છે. લાકડાની જાડાઈ 1 સેમી હોય, તો પેટીના અંદરના ભાગનું ઘનફળ શોધો.

5. એક વખારની લંબાઈ, પહોંચાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે 12મી, 8મી અને 6મી છે. જો એક બોક્ષ 1.5મી$^3$ જગ્યા રોકે તો આવા કેલા બોક્ષ વખારમાં ગોઠવી શકાય.
6. લાકડાના એક પાટિયાની લંબાઈ 3મી અને જાડાઈ 75 સેમી છે. જો તેનું ઘનફળ 33.75મી3 હોય, તો તેનું પૃષ્ઠફળ શોધો.
7. 8સેમી બાજુવાળા ત્રણ સમઘન જોડીને બનાવેલા લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધો.
8. એક ઓરડા 6મી લાંબો, 5મી પહોળો અને 4મી ઊંચો છે. તેમાં બારી-બારણઓએ 4મી2 જગ્યા રોકી છે. બાકીના ભાગમાં ખાસ પ્રકારના કાગળ ચોકવાના છે. કાગળની પહોંચાઈ 75સેમી છે. જો કાગળનો ભાવ 1 મીટરના રૂા. 2.40 હોય, તો વપરાતા કાગળનો ખર્ચ શોધો.
9. 6મી × 4મી ×3મી માપના રૂમમાં વધુમાં વધુ કેટલી લંબાઈનો સળિયો ગોઠવી શકાય ?

## 21.3 લંબ વૃત્તિય નળાકાર

લંબચોરસ ABCD ની AB ધારને સ્થિર રાખીને લંબચોરસનું પરિભ્રમણ કરવામાં આવે તો નળકારનો અભાસ ઉભો થાય છે. જો સ્થિર ધારવાળી રેખા પૃથ્વીની સપાટીને લંબ હોય, તો સર્જાતા નળકાર લંબ વૃત્તીય નળાકાર હોય છે. (આકૃતિ 21.6)

(નોંધ : આવા લંબ વૃત્તીય નળાકારને ટૂંકમાં 'નળાકાર' કહીશું)

પાણીની પાઈપ (નળી), ડ્રમ (ઢોલ), પાઉડરનો ડબો, વગેરેનો આકાર નળકાર છે.

નળાકારના છેડાઓ બે એકરૂપ વર્તુળો છે. આવૃત્તિ 21.6 માં A અને B આ વર્તુળના કેન્દ્રો છે. AD=BC એ બંને વર્તુળની ત્રિજ્યો છે. AB એ બંને વર્તુળની સપાટીને લંબ છે. અહીં AD (અથવા BC) ને પાયાની ત્રિજ્યા અને AB અને નળાકારની ઉંચાઈ કહેવામાં આવે છે. નળકારના છેડા (વર્તુળ) સપાટ અને પરસ્પર સમાંતર છે. નળકારનો બાકીનો ભાગ વક્રસપાટી છે.

**સપાટીનું ક્ષેત્રફળ :**

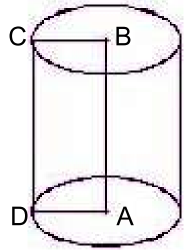
r એકમ ત્રિજ્યા અને h એકમ ઊંચાઈ વાળા પોલા નળાકાર ઉપર એવી રીતે કાપો મૂકીએ કે જેથી તે વર્તુળોના કેન્દ્રોને જોડતા રેખાખંડને સમાંતર હોય. હવે આ વક્રસમાપટીને કોઈ સપાટી ઉપર ખોલી નાખીએ, તો આપણને એક લંબચોરસ મળશે. આ લંબચોરસની લંબાઈ 2  r એકમ અને પહોંચાઈ h એકમ હશે જુઓ આકૃતિ (i) અને (ii) સ્પષ્ટ છે કે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ નળાકારની વક્રસપાટી જેટલું થશે.

આમ, નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષે. = લંબચોરસનું ક્ષે.

$$= 2\ \ r \times h = 2\ \ rh.$$

જો નળકાર બનં છેડે બંધ હોય, તો

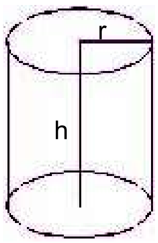
નળાકારની કુલ સપાટીનુ ક્ષે. વક્રસપાટીનું ક્ષે. + ૨ વર્તુળનું ક્ષે.




આકૃતિ. **21.6**

$= 2 \quad rh + 2 \quad r^2$

$= 2 \quad r\,(r + h)$



**ઘનફળ**

આપણે જાણીએ છીએ કે,

લંબઘનનું ઘનફળ = lbh

તળિયાથી મથાળા સુધી જેનો આકાર એક સરખો છે. એવા કોઈ પણ પદાર્થનું ઘનફળ શોધવા આ ઉપરનો નિયમ ઉપયોગમાં લઈ શકાય. એ રીતે.

નળાકારનું ઘનફળ = પાયાનું ક્ષે. × ઊંચાઈ

$= \quad {}^2 \times h$

$= \quad r^2h$

આ સૂત્રોનો ઉપયોગ કેટલા ઉદાહરણો દ્વારા સમજીએ

22 222 22
(2×× 7 ×7×10cm³ × 440 cm² 7) cm²
7 77

ઉદાહરણ : 21.9 એક નળાકારના પાયાની ત્રિજ્યા અને તેની ઊંચાઈ અનુક્રમે 7 સેમી અને 10 સેમી છે. (1) નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષે. (2) કુલ સપાટીનું ક્ષે. અને (3) ઘનફળ શોધો.

ઉકેલ : (1) નળકારની વક્રસપાટીનું ક્ષે. = પાયાનો પરિઘ × ઊંચાઈ

$2 \quad rh$

$=$

(2) નળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષે. $= 2\pi rh + 2 \quad r^2$

$=$

$= 440$ સેમી$^2$ $+ 308$ સેમી$^2$ $= 748$ સેમી$^2$

(3) નળાકારનું ઘનફળ $= \pi r^2h$

$=$

$= 1540$ સેમી$^3$

**ઉદાહરણ 21.10:** ધાતુની એક નળાકાર પાઈપ બંને છેડેથી ખૂલ્લી છે. પાઈપનો બહારનો વ્યાસ 12 સેમી છે. ધાતુની જાડાઈ 1 સેમી અને પાઈપની લંબાઈ 70 સેમી હોય, તો પાઈપમાં વપરાયેલ ધાતુનું ઘનફળ શોધો.

**ઉકેલ :** પાઈપની બાહ્ય ત્રિજ્યા $= \frac{12}{2} = 6$ સેમી

પાઈની અંદરની ત્રિજ્યા = બાહ્ય ત્રિજ્યા - ધાતુની જાડઈ

$= 6 - 1$

$= 5$ સેમી

આકૃતિ પરથી જોઈ શકાય છે કે અહીં બે નળાકાર ઓખા નળાકારના ઘનફળમાંથી અંદરના પોલા નળાકારનું ઘનફળ બાદ કરવાથી ધાતુનું ઘનફળ જાણી શકાય.

પાઈપની બનાવટમાં વપરાયેલ ધાતુનં ઘનફળ = બાહ્ય નળાકારનું ઘનફળ - પોલા નળાકારનું ઘનફળ

$= \pi r_1^2 h - \quad r_2^2 h$ (જ્યાં $r_1$ = બાહ્યત્રિજ્યા અને $r_2$ = અંત : ત્રિજ્યા)

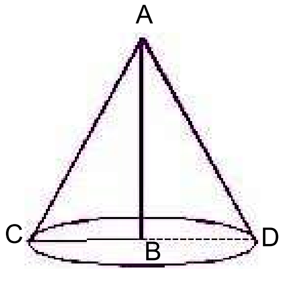
$=$

$= 22 \times 10 \times (36 - 25) cm^3$

$= 2420 \ cm^3$

વપરાયેલ ધાતુનું ઘનફળ = 2420 સેમી$^3$ અથવા ઘનસેમી

**ઉદાહરણ 21.11:** એક રોલરની ત્રિજ્યા 35 સેમી અને લંબાઈ 1 મીટર છે. રમતના મેદાનને સમથલ કરવા જો રોલરને 200 આંટા કરવું પડ્યું હોય અને સમથલ કરવાનું ભાડું દર ચોરસ મીટરે રૂા. 3 હોય, તો કેટલું ભાડું ચૂકવવું પડે ?




આકૃતિ **21.8**

**ઉકેલ :** રોલના 1 આંટામાં દબાતી જગ્યા = રોલની વક્રસપાટીનું ક્ષે.

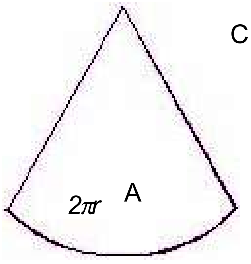
= 2prh

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35 \times 100$ સેમી² (r = 35 સેમી, h = 1 m = 100 સેમી)

= 22000 સેમી²

$= \frac{22000}{100 \times 100}$ m²

= 2.2 મી²




આકૃતિ 21.9

(1 મીટર 100 સેમી

1 મીટર² = 100 × 100 સેમી2

1 મી² = 10000 સેમી²

∴ 200 આંટામાં રોલર વડે દબાતી જગ્યા = 2.2 × 200 m² = 440 m²

∴ 1 મી2 નું ભાડું રૂા. 3

∴ 440 મી² નું ભાડું ₹. 3 × 440 = ₹. 1320.

**ઉદાહરણ 21.12 :** ધાતુના એક ટુકડાનું ઘનફળ 1.54 ઘનમીટર છે. આ ધાતુને પીગાળીને તેમાંથી 3.5 મિમી વ્યાસનો તાર ખેંચવામાં આવે છે. તારની લંબાઈ શોધો.

**ઉકેલ :** (જુઓ કે તાર એ નળાકારનું સ્વરૂપ છે)

ધાતુનું ઘનફળ ઘનમીટરમાં આપ્યું છે તેથી ત્રિજ્યાનું માપ મીટરમાં ફેરવીએ.

1. મીટર 100 સેમી = 1000 મિમી

વ્યાસ 3.5 મિમી છે તેથી $r = \frac{3.5}{2}$ મિમી = $\frac{3.5}{2}$ મિમી = $\frac{7}{4}$ મિમી

$r = \frac{7}{4 \times 1000}$ મીટર = $\frac{7}{4000}$ મી

તારનું ઘનફળ = ધાતુનાં ટુકડાનું ઘનફળ

$\therefore \quad \pi r^2 h = 1.54$

$\therefore \quad \frac{22}{7} \times \frac{7}{4000} \times \frac{7}{4000} \times h = \frac{154}{100}$

$\therefore \quad h = \frac{154}{100} \times \frac{7}{22} \times \frac{4000}{7} \times \frac{4000}{7}$

$\therefore$ h = 160000 મીટર = 160 કિલોમીટર

$\therefore$ તારની લંબાઈ 160 કિ.મી.

## તમારી પ્રગતિ ચકાસો 21.2

1. એક નળાકારના પાયાની ત્રિજ્યા 5 મી અને ઊંચાઈ 1.4 મીટર છે. આ નળાકારની (1) વક્ર સપાટીનું ક્ષેત્રફળ (2) કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને (3) તેનું ઘનફળ શોધો.

2. નળાકારનું ઘનફળ 3080 સેમી3 છે અને પાયાની ત્રિજ્યા 7 સેમી છે. નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

3. પાણીની નળાકાર ટાંકીના પાયાનો વ્યાસ 7 મી અને ઊંચાઈ 2.1 મી છે. ટાંકીની ગુંજાશ લિટરમાં જણાવો.

4. એક કાગળની લંબાઈ અને પહોંચાઈ અનુક્રમે 33 સેમી અને 16 સેમી છે. પહોળાઈઓને ભેગી કરીને તૈયાર કરેલા નળાકારનું ઘનફળ શોધો.

5. પાણી ભરવાના નળકાર પીપના પાયાનો વ્યાસ 28 સેમી અને ઊંચાઈ 12 સેમી છે. પાણીથી સંપૂર્ણ ભરેલા પીપનું આ પાણી લંબઘનાકાર ટબમાં છાલવી દેવામાં આવે છે. જો ટબની લંબાઈ 66 સેમી અને પહોળાઈ 28 સેમી હોય, તો ટબમાં પાણીની ઊંચાઈ કેટલી થશે ?

6. ધાતુનો એક નળાકાર બંને છેડેથી ખૂલ્લો છે. જો નળાકારની લંબાઈ 8 સેમી, ધાતુની જાડાઈ 2 સેમી અને પાયાની બાહ્યવ્યાસ 10 સેમી હોય, તો વક્રસપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ શોધો. ($\pi$ = 3.14 લો ) (માર્ગદર્શન : કુલ વક્રસપાટી = અંદરની વક્રસપાટી + બહારની વક્રસપાટી)

## 21.4 લંબ વૃત્તીય શંકુ

કાટકોણ $\Delta ABC$ માં $\angle B$ ખૂણો છે. AB ધારને સ્થિર રાખીને તેની આસપાસ $\Delta ABC$ નું પરિભ્રમણ કરવામાં આવે, તો શંકુના આકારનો આભાસ ઉભો થાય છે. જો સ્થિત ધારવાળી રેખા પૃથ્વીની સપાટીને લંબ હોય, તો સર્જાતો શંકુ લંબ વૃત્તીય શંકુ છે. (આકૃતિ 21.8)

(નોંધ : આવા લંબ વૃત્તીય શંકુ કહીશું)

જોકરની ટોપી, તંબુ, આઈસ્ક્રીમ કોન, વગેરે રોજબરોજના વ્યવહારમાં જોવા મળતા શંકુ આકારો છે.

આકૃતિ 21.8 માં જોઈ શકશો કે શંકુનો પાયો એક વર્તુળ છે, BC તેની ત્રિજ્યા છે, B વર્તુળનું કેન્દ્ર છે અને AB શંકુની ઉંચાઈ છે. A ને શંકુનું શિરોબિંદુ અને AD ને શંકુની ત્રાંસી ઊંચાઈ કહે છે.

પાયથા ગોરસના પ્રમેય મુજબ

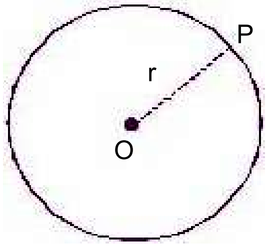
ત્રાંસી ઊંચાઈ = અથવા $l = \sqrt{r^2 + h^2}$ ,

જ્યાં r, h અને $l$ અનુક્રમે શંકુના પાયાની ત્રિજ્યા, ઊંચાઈ અને ત્રાંસી ઊંચાઈ છે.

શંકુનો પાયો સપાટ છે પરંતુ એ સિવાયનો ભાગ વક્રસપાટી છે.

સપાટીનું ક્ષેત્રફળ :

ઉપરના પોલ શંકુને કે જેની પાયાની ત્રિજ્યા $r$ ઊંચાઈ $h$ અને ત્રાંસી ઊંચાઈ પર વ્યવસ્થિત કાપો મૂકીને શંકુની વક્રસપાટી કોઈ સપાટી ઉપર ખોલી નાખવામાં આવે, તો આકૃતિ 21.9 મુજબ એક વૃત્તાંશ મળશે, જેની ત્રિજ્યા $l$ અને આપની લંબાઈ $2\pi r$ હશે.




આકૃતિ **21.10**

આ વૃત્તાંશું ક્ષે.

=

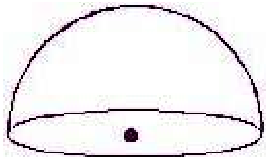
=

શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષે. = વૃત્તાંશનું ક્ષે. $2rl$

જો પાયાનું ક્ષેત્રફળ ઉમેરવામાં આવે તો સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ એટલે કે શંકુનું પૃષ્ઠફળ મળે.

∴ શંકુનું પૃષ્ઠફળ = $\pi rl +\quad r^2$

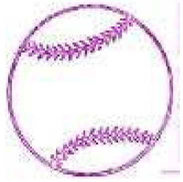
= $\quad r(l + r)$



આકૃતિ **21.11**

ઘનફળ

સરખી ત્રિજ્યા અને સરખી સરખી ઊંચાઈ વાળો એક નળાકાર અને એક શંકુ લો. હવે શંકુને રેતી (કે પાણી) થી પૂરે પૂરો ભરીને નળાકારમાં ઠાલવો. આ પ્રક્રિયા ત્રણ વખત કરો. તમે જોઈ શકશો કે નળાકાર રેતી (કેપાણી) થી પૂરે પૂરો ભરાઈ જાય છે એ પરથી ફલિત થાય છે કે $r$ ત્રિજ્યા અને $h$ ઊંચાઈવાળા શંકુનું ઘનફળ $r$ ત્રિજ્યા અને $h$ ઊંચાઈવાળા નળકારના ઘનફળથી ત્રીજા ભાગનું હોય છે. આકૃતિ. **21.11**



આમ, શંકુનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

આ સૂત્રનો ઉપયોગ સમજવા કેટલા ઉદાહરણ લઈએ.

ઉદાહરણ -21.13 એક શંકુના પાયાની ત્રિજ્યા 7 સેમી અને તેની ઊંચાઈ 24 સેમી છે. શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ, પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધો.

**ઉકેલ :** શંકુની ત્રાંસી ઊંચાઈ $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{7 \times 7 + 24 \times 24}$ સેમી

$= \sqrt{49 + 576}$ cm $= 25$ સેમી

શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષે. $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25$ સેમી$^2$ $= 550$ સેમી$^2$

શંકુનું પૃષ્ઠફળ (કુલ ક્ષેત્રફળ) $= \pi r l + \pi r^2$

$= (550 + \frac{22}{7}$ x 7 x 7) સેમી$^2$

$= (550 + 154)$ સેમી$^2$ $= 704$ સેમી$^2$

શંકુનું પૃષ્ઠફળ (કુલ ક્ષેત્રફળ) $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$ સેમી$^3$

$= 1232$ સેમી$^3$

**ઉદાહરણ 21.14 :** શંકુ આકારના એક તંબુની ઊંચાઈ 6 મી અને તેના પાયાની ત્રિજ્યા 8 મી છે. એક ચો.મી. કાપડનો ભાવ રૂા. 120 હોય, તો તંબુમાં વપરાયેલા કાપડની કિંમત શોધો. ($\pi = 3.14$)

**ઉકેલ :** ત્રાંસી ઊંચાઈ $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ મીટર

વક્રસપાટીનું ક્ષે. $= \pi r l$

$= 3.14 \times 8 \times 10$

$= 251.2$ સેમી$^2$

1 ચો.મી. કાપડની કિંત રૂા. 120 છે.

$\therefore$ 251.2 ચોમી કાપડની કિંમત = ₹ $120 \times 251.2$

= ₹ 30144

## તમારી પ્રગતિ ચકાસો 21.3

1. શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ, કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ (પૃષ્ઠફળ) અને શંકુનું ઘનફળ શોધો. શંકુના પાયાની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ અનુક્રમે 5 સેમી અને 12 સેમી છે.
2. શંકુના પાયાનું ક્ષેત્રફળ 616 સેમી$^2$ છે અને શંકુની ઊંચાઈ 9 સેમી છે. આ શંકુનું ઘનફળ શોધો.
3. એક શંકુન ઊંચાઈ 10.5 સેમી અનુ તેનું ઘનફળ 176 ઘનસેમી છે. શંકુના પાયાન ત્રિજ્યા શોધો.
4. પાયાની ત્રિજ્યા 9 મી અને ઊંચાઈ 12 મી હોય તેવો શંકુ આકારનો તંબુ બનાવવા માટે 3 મી પહોળાઈવાળું કેટલું કાપડ જોઈએ ?($\pi = 3.14$).
5. જે શંકુનું ઘનફળ 12936 ઘનસેમી અને પાયાનો વ્યાસ 42 સેમી હોય, તે શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

## 21.5 ગોળા

જો એક અર્ધવર્તુળને તેના વ્યાસની આસપાસ ફેરવવામાં આવે તો ગોળાના આકારનો આભાસ ઊભો થાય છે. ગોળાને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

અવકારના કોઈ નિશ્ચિત બિંદુથી સરખે અંતરે રહીને ગતિ કરતા બિંદુનો બિંદુપથ ગોળો છે. આ નિશ્ચિત બિંદુએ ગોળાનું કેન્દ્ર છે અને સરખું અંતર એ ગોળાની ત્રિજ્યા છે (આકૃતિ 21.10) ફૂલબોલ, ક્રિકેટ બોલ, લખોટી, વગેરે રોજબરોજના વ્યવહારમાં જોવા મળતા ગોળાના ઉદાહરણ છે.

### અર્ધગોળો

ગોળાના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતું સમતલ ગોળાને બે સરખા ભાગમાં બહેંચે છે. આ દરેક ભાગને અર્ધગોળો કહે છે. (આકૃતિ 21.11)

### ગોળાની અર્ધગોળાની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$\pi$ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળને અને $\pi$ ત્રિજ્યાવાળા ગોળાની વક્રસપાટીની સરખામણી કરીએ તો વર્તુળ કરતાં ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ ચારગણું હોય છે. એટલે કે

ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $= 4\,\pi r^2$

અને અર્ધગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2\,\pi r^2$

અર્ધગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષે. + વર્તુળનું ક્ષે.

$= 2\,\pi r^2 + \pi r^2$

$= 3\pi r^2$

### ગોળાનું અને અર્ધગોળાનું ઘનફળ

એક પોલો અર્ધગોળો અને એક પોલો શંકુ એવા લો કે અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા, શંકુનાપાયાની ત્રિજ્યા અને શંકુની ઉપર $\pi$ એકમ હોય. હવે શંકુને રેતી (અથવા પાણી) થી પૂરેપૂરો ભરીને અર્ધગોળામાં છાલવો. આ પ્રક્રિયા બે વખત કરો. તમે જોઈ શકશો કે અર્ધગોળો રેતી (અથવા પાણી) થી પૂરેપૂરો ભરાઈ જાય છે. એટલે કે અર્ધગોળાનું ઘનફળ કે જેની ત્રિજ્યા ... એકમ છે તેનું ઘનફળ પાયાની ત્રિજ્યા $\pi$ એકમ અને ઊંચાઈ પણ $\pi$ એકમ હોય, તેવા શંકુથી બમણું હોય છે.

$\therefore$ અર્ધગોળાનું ઘનફળ $= 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{2}{3} \times \pi r^2 \times r \qquad (\therefore h = r)$

$= \frac{2}{3} \times \pi r^3$

$\therefore$ r ત્રિજ્યાવાળા ગોળાનું ઘનફળ $= 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

અને અર્ધગોળાનું ઘનફળ $= \frac{2}{3}\pi r^3$

આ સૂત્રોનો ઉપયોગ સમજવા કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ.

ઉદાહરણ - 21.15 ૨૧ સેમી વ્યાસવાળા ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ શોધો.

**ઉકેલ :** ગોળાની ત્રિજ્યા $= \frac{21}{2}$ સેમી

ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ સેમી$^2$

$= 1386$ સેમી$^2$

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ સેમી$^3$

$= 4851$ સેમી$^3$

**ઉદાહરણ 21.16 : એક અર્ધગોળાકાર વાટકાનું ઘનફળ (ગુંજાશ) 2425.5 સેમી$^3$ છે. તેની ત્રિજ્યા અને વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.**

ઉકેલ : $\frac{2}{3}\pi r^3 =$ અર્ધગોળાનું ઘનફળ

$\therefore \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} r^3 = 2425.5$

$\therefore r^3 = \frac{3 \times 2425.5 \times 7}{2 \times 22} = \frac{21 \times 21 \times 21}{8}$

$\therefore$ r = = 10.5 સેમી

અર્ધગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષે. $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ સેમી$^2$

$= 693$ સેમી$^2$

**તમારી પ્રગતિ ચકાસો 21.4**

1. 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળા ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ શોધો.
2. એક ગોળાનું ઘનફળ 38808 સેમી3 છે. ગોળાની ત્રિજ્યા અને વક્રપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. એક અર્ધગોળ રમકડાનો વ્યાસ 56 સેમી હોય, તો
   (i) વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
   (ii) કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ (પૃષ્ઠફળ) શોધો.
   (iii) ઘનફળ શોધો.
4. 28 સેમી ત્રિજ્યાવાળા ધાતુના એક ગોળાને ઓગાળીને તેમાંથી 7 સેમી ત્રિજ્યાવાળા કેટલા ગોળા બનાવી શકાય ?

---

## સારાંશ

- જે પદાર્થ (અથવા આકૃતિ) એક સપાટી ઉપર પૂરેપૂરી છવાઈ જતી નથી (પથરાઈ જતી નથી) તેને ઘન પદાર્થ (અથવા આકૃતિ) કહે છે અથવા ત્રિપરિમાણીય પદાર્થ કહે છે.
- જે સીમાથી ઘન પદાર્થ રચાય છે તે જ તેની સપાટી છે.
- આકાશમાં ઘનપદાર્થ રોકેલી જગ્યાને તેનું ઘનફળ કહે છે.
- કેટલાક ઘન પદાર્થને માત્ર સમથલ સપાટી હોય છે, કેટલાકને માત્ર વક્રસપાટી હોય છે અને કેટલાકને સમથલ અને વક્ર એમ બંને પ્રકારની સપાટી હોય છે.
- લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ (સપાટીઓનું કુલ ક્ષેત્રફળ) = = $2(lb + bh + hl)$ અને લંબઘનનું ઘનફળ = = $lbh$, જ્યાં $l$, $b$ અને $h$ અનુક્રમે લંબાઈ, પહોંચાઈ અને ઊંચાઈ દર્શાવે છે.
- લંબઘનનો વિકર્ણ = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

- સમઘન એક ખાસ પ્રકારનો લંબઘન છે જેની બધી બાજુઓ સરખી લંબાઈની હોય.
- a બાજુવાળા સમઘનનું પૃષ્ઠફળ = $6a^2$ અને ઘનફળ = $a^2$
- ઉપરના સમઘનનો વિકર્ણ = $a\sqrt{3}$.
- ચાર દિવાલોનું ક્ષેત્રફળ = $2h(l + b)$
- નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષે. = $2\pi rh$

  નળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષે. (નળાકારનું પૃષ્ઠફળ) = $2\pi rh+2\pi r^2$

  $= 2\pi r(h+r)$

  નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$

  (r એ પાયાની ત્રિજ્યા અને h ઉંચાઈ દર્શાવે છે)
- શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi rl$
- શંકુની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $\pi rl + \pi r^2$

  $= \pi r(l+r)$

  શંકુની ઘનફળ = = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$,

  (r પાયાની ત્રિજ્યા, h ઊંચાઈ અને l ત્રાંસી ઊંચાઈ દર્શાવે છે)
- ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $4\pi r^2$

  ગોળાની ઘનફળ = = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ( જ્યાં π ત્રિજ્યા છે.)
- અર્ધગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષે. = $2\pi r^2$

  અર્ધગોળાની કુલ સપાટીનું અથવા પૃષ્ઠફળ = $3\pi r^2$

  અર્ધગોળાનું ઘનફળ = $\frac{2}{3}\pi r^3$ (જ્યાં r ત્રિજ્યા છે. )

## સત્રાંત સ્વાધ્યાય

1. ખાલી જગ્યા પૂરો.

(i) જેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે $l$, $b$ અને $h$ છે. તેવા લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ = .........

(ii) જેની લંબાઈ, પહોંચાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે $l$, $b$ અને $h$ છે. તેવા લંબઘનો વિકર્ણ = ....

(iii) $a$ બાજુવાળા સમઘનનું ઘનફળ = ___________

(iv) પાયાની ત્રિજ્યા $r$ અને ઊંચાઈ $h$ હોય તેવા ખૂલ્લા નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = ..........

(v) પાયાની ત્રિજ્યા $r$ અને ઊંચાઈ $h$ હોય તેવા નળાકારનું ઘનફળ = .....

(vi) શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = ............., જ્યાં $r$ અને $l$ અનુક્રમે .... અને .... દર્શાવે છે.

(vii) $r$ ત્રિજ્યાવાળા ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ .......

(viii) $r$ ત્રિજ્યાવાળા અર્ધગોળાનું ઘનફળ = ..........

2. આવેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો જવાબ પસંદ કરો.

(i) 63 સેમી × 56 સેમી × 21 સેમી વાળા લંબઘનના ઘનફળ જેટલું ઘનફળ ધરાવતા સમઘનની બાજુનું માપ કેટલું ?

(A) 21 સેમી (B) 28 સેમી (C) 36 સેમી (D) 42 સેમી

(ii) ગોળાની ત્રિજ્યા બે ગણી કરવામાં આવે તો ઘનફળ કેટલા ગણું થાય ?

(A) 2 ગણું (B) 3 ગણું (C) 4 ગણું (D) 8 ગણું

(iii) એક નળાકાર અને એક શંકુના પાયાની ત્રિજ્યા સમાન છે તેમજ બંનેની ઊંચાઈ સમાન છે. તેમનાં ઘનફળ સંબંધ દર્શાવતું કયું વિધાન સાચું છે.

(A) જેટલું શંકુનું, તેટલું નળાકારનું (B) શંકુથી બે ગણું ઘનફળ

(C) શંકુના ઘનફળથી ત્રીજા ભાગનું (D) શંકુના ઘનફળથી ત્રણ ગણું

3. જો સમઘનનું પૃષ્ઠફળ 96 સેમી3 હોય, તો તેનું ઘનફળ શોધો.

4. એક લંબઘનનું લંબાઈ 3 મી, પહોંચાઈ 2.5 મી અને ઊંચાઈ 1.5 મી છે તેનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધો.

5. 1.6 સેમી બાજુવાળા સમઘનનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધો.

6. 6 સેમી × 8 સેમી × 10 સેમી માપના લંબઘનના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

7. 8 સેમી બાજુવાળા સમઘનના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

8. લંબઘનની ત્રણ સંલગ્ન સપાટીઓનાં ક્ષેત્રફળ અનુક્રમે A,B,C (એકમ)2 છે, જો લંબઘનનું ઘનફળ V (એકમ)3 હોય, તો સાબિત કરો કે $V^2=ABC$

9. એક ખૂલ્લા નળાકાર પાઈપની લંબાઈ 10 સેમી, બાહ્યવ્યાસ 10 સેમી અને જડાઈ 1 મિમી હોય, તો સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ શોધો. ($\pi = 3.14$).

10. 21 સેમી પાયાની ત્રિજ્યા ધરાવતા શંકુનું ઘનફળ 12936 સેમી$^3$ છે. શંકુની ત્રાંસી ઊંચાઈ શોધો અને શંકુનું પૃષ્ઠફળ (કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ) શોધો.

11. 150 મી × 70 મી નું માપ ધરાવતા ખેતરમાં 5.6 મી ત્રિજ્યા વાળો અને 20 મી ઊંડો કૂવો ખોદવામાં આવે અને નીકળેલી માટી h ખેતરના બાકીના ભાગમાં સમથલ પાથરવામાં આવે, તો ખેતરની સપાટી કેટલી ઊંચી આવે ?

12. 606.375 મી$^3$ ઘનફળ ધરાવતા ગોળાની ત્રિજ્યા અને ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

13. એક ઓરડાની લંબાઈ 12 મી, પહોળાઈ 4 મી અને ઊંચાઈ 3 મી છે. ઓરડામાં 2m×1m ના માપની બે બારીઓ છે અને 2.5 મી × 2 મી માપનો દરવાજો છે. દર ચોરસ મીટરના રૂા. 30 લેખે દીવાલો પર વો પેપર લગાડવાનો ખર્ચ શોધો.

14. એક ઘન સેમી. સોનામાંથી 0.2 મિમી વ્યાસનો કેટલો લાંબો તાર બનાવી શકાય ? ($\pi = 3.14$).

15. ગોળાની ત્રિજ્યા ત્રણ ગણી કરવામાં આવે, તો

(i) જૂના અને નવા ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર શોધો

(ii) જૂના અને નવા ગોળાની વક્રસપાટીનો ગુણોત્તર શોધો.

16. એક શંકુ, એક નળાકાર અને એક અર્ધગોળાના પાયાની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ સમાન છે. તેમના ઘનફળનો ગુણોત્તર શોધો.

17. એક શંકુની ત્રાંસી ઊંચાઈ 25 સેમી અને પાયાની ત્રિજ્યા 7 સેમી છે.

(i) વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

(ii) કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને

(iii) ઘનફળ શોધો.

18. 5 સેમી બાજુવાળા ત્રણ સમઘનને પાસપાસે છેડાઓ મેળવીને બનાવેલા લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધો.

19 બે નળાકારની ત્રિજ્યાઓનો ગુણોત્તર 3 : 2 અને તેમની ઊંચાઈઓનો ગુણોત્તર 7 : 2 હોય, તો

(i) તેમના ઘનફળનો ગુણોત્તર શોધો.

(ii) તેમની વક્રસપાટીનો ગુણોત્તર શોધો.

20. નીચેના વિધાનોમાં કયું ખરું છે અને કયું ખોટું છે, તે જણાવો.

(i) a બાજુવાળા સમઘનનું પૃષ્ઠફળ $6a^2$

(ii) શંકુની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રળ $\pi rl$ છે, જ્યા $r$ પાયાની ત્રિજ્યા $l$ ત્રાંસી ઊંચાળઈ છે.

(iii) એક શંકુ અને એક અર્ધગોળાના પાયાની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ સમાન છે. તેથી અર્ધગોળાનું ઘનફળ, શંકુના ઘનફળ કરતાં ત્રણ ગણું છે.

(iv) લંબાઈ, $l$ પહોળાઈ $b$ અને ઊંચાઈ $h$ હોય તેવા ઓરડામાં $\sqrt{l^2+b^2+h^2}$ હોય.

(v) r ત્રિજ્યવાળા અર્ધગોળાની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ $2\pi r^2$.

## તમારી પ્રગતિ ચકાસો જવાબો

**21.1**

1. 81 $m^2$; 45 $m^3$ 2. 77.76 સેમી²; 46.656 સેમી³

3. 15 સેમી, 1350 સેમી² 4. 30000 સેમી³

5. 384 6. 15 m, 117 $m^2$

7. 896 સેમી², 1536 સેમી³ 8. ₹ 460.80

9. $\sqrt{61}$ સેમી

**21.2**

1. 44 $m^2$; $201\frac{1}{7}$ $m^2$; 110 $m^3$ 2. 880 સેમી²

3. 80850 લીટર 4. 1386 સેમી³

5. 4 સેમી      6. 401.92 સેમી$^2$

**21.3**

1. $\frac{1430}{7}$ સેમી$^2$; $\frac{1980}{7}$ સેમી$^2$; $\frac{2200}{7}$ સેમી$^3$

2. 1848 સેમી$^3$      3. 2 સેમી      4. 141.3 સેમી

5. 2310 સેમી$^2$

**21.4**

1. 2464 સેમી$^2$; $11498\frac{2}{3}$ સેમી$^3$      2. 21 સેમી, 5544 સેમી$^2$

3. (i) 9928 સેમી$^2$      (ii) 14892 સેમી$^2$      (iii) $92661\frac{1}{3}$ સેમી$^3$

4. 64

## સત્રાંત સ્વાધ્યાયના જવાબ

1. (i) $2(lb + bh + hl)$      (ii) $\sqrt{l^2+b^2+h^2}$      (iii) $a^3$

   (iv) $2\pi rh + \pi r^2$      (v) $\pi r^2 h$

   (vi) $\pi rl$, ત્રિજ્યા , ત્રાંસી ઊંચાઈ      (vii) $4\pi r^2$

   (vii) $\frac{2}{3}\pi r^3$

2. (i) D      (ii) D      (iii) D

3. 64 સેમી$^3$      4. 31.5 m$^2$; 11.25 m$^3$      5. 11.76 સેમી$^2$; 3.136 સેમી$^3$

6. $10\sqrt{2}$ સેમી      7. $8\sqrt{3}$ સેમી 8 .

[**Hint**: A = $l \times h$; B = $b \times h$; and C = $h \times l$]

9. 621.72 સેમી$^2$      10. 35 સેમી, 3696 સેમી$^2$      11. 18.95 સેમી

12. 21 m, 5544 m$^2$      13. ` 2610      14. 31.84 m

15. (i) 1 : 27 (ii) 1 : 9

16. 1: 3: 2

17. (i) 550 સેમી$^2$ (ii) 704 સેમી$^2$ (iii) 1232 સેમી$^3$

18. 350 સેમી$^2$; 375 સેમી$^3$

19. (i) 63 : 16 (ii) 21 : 8

20. (i) ખરું (ii) ખોટું (iii) ખોટું
(iv) ખરું (v) ખોટું