24

માહિતી અને તેની રજૂઆત

પરિચય :

આંકડાશાસ્ત્રએ ગણિતશાસ્ત્રની એવી અગત્યની શાખા છે કે જે મુખ્યત્વે માહિતી અને તેની રજૂઆત સંબંધનો વ્યવહાર સમજાવે છે. આમ પાઠમાં આપણે માહિતીનુ એકત્રિકરણ, વર્ગીકરણ, રજૂઆત અને તેનું પૃથક્કરણ કેવી રીતે કરવામાં આવે છે તેની પ્રાથમિક માહિતી મેળવીશું. વિભાજન કરવાનું અને વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણમાં વિભાજન કરવાનું શીખીશું. તૈયાર કરેલ આવૃત્તિ વિતરણ પરથી સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ અને સંચયન આવૃત્તિ કોષ્ટક બનાવતાં પણ શીખીશું.

ઉપરાંત માહિતીની રજૂઆત લંબાલેખ, સ્તંભાલેખ અને ાવૃત્તિ બહુકોણ જેવા આલેખો દ્વારા કરતાં શીખીશું.

હેતુઓ :

આ પ્રકરણ શીખ્યા પછીની અધ્યેતા

- આંકડાશાસ્ત્ર નો એક વચનમાં અને બહુવચનમાં શું અર્થ થાય છે, તે જાણે
- પ્રાથમિક માહિતી અને ગૌણ માહિતી વચ્ચેનો તફાવત જાણે.
- વર્ગ, આવૃત્તિ ચિહન, વર્ગસીમા, અસતત અને સતત માહિતી, વર્ગ આવૃત્તિ, વર્ગ લંબાઈ વગેરેના ઉદાહરણ દ્વારા અર્થ સમજી શકે.
- આવૃત્તિ કોષ્ટક દ્વારા માહિતીની સંક્ષિપ્ત રજૂઆત કરી શકે.
- એકત્રિત માહિતીનું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક રચી શકે.
- આવૃત્તિ વિતરણ પરથી લંબાલેખ દોરી શકે.
- આપેલી માહિતી માટેનો લંબાલેખ દોરી શકે.
- આપેલી સતત માહિતી માટે સ્તંભાલેખ અને આવૃત્તિ બહુકોણ દોરી શકે.
- દોરેલા લંબાલેખ અને સ્તંભાલેખને વાંચી શકે અને અર્થ તારવી શકે.

અપેક્ષિત પૂર્વજ્ઞાન :

- સંખ્યાઓને ચડતા અને ઉતરતાં ક્રમમાં ગોઠવી શકે.

- બે સંખ્યાઓની સરેરાશ શોધી શકે.
- બે લંબ અક્ષથી વિભાજિત સમતલમાં આવેલ બિંદુનું આલેખ કરી શકે.
- ગુણોતર-પ્રમાણનુ જ્ઞાન અને ગણતરી.

24.1 આંકડાશાસ્ત્ર અને આંકડાકીય માહિતી / સંખ્યાત્મક માહિતી

રોજબરોજના જિવનમાં આપણે નીચે જેવા વિધાનો સંભળવા મળે છે.

1. આ વર્ષે શાળાનું પરિણામ વધારે સારું આવશે.
2. આવતે મહિને પેટ્રોલ-ડીઝલના ભાવ વધશે.
3. સાંજે ભારે વરસાદ આવવાની શક્યાતા.
4. દર્દી જલ્દીથી રોગમુક્ત શઈ જશે વગેરે.

આ વિધાનો ઉપર ધ્યાન કેન્દ્રિત કરો.

- પહેલુ વિધાન શિક્ષક કે શાળાના આચાર્યએ ઉચ્ચાર્યું હોવું જોઈએ. એ દર્શાવવા માગે છે કે આ વર્ષના વિદ્યર્થીઓનો દેખાવ, અગાઉના વર્ષના વિદ્યાર્થીઓ કરતાં વધુ સારો છે.
- બીજુ વિધાન એવી વ્યક્તિએ ઉચ્ચાર્યું હશે, જેણે વર્તમાનપત્રો દ્વારા તેલના ભાવવધારાનું વલણ પારીખ્યું હશે.
- ત્રીજુ વિધાન એવી વ્યક્તિએ ઉચ્ચાર્યું હશે, જે વેધશાળા દ્વારા પ્રગટ થતા હવામાન અંગેના સમાચારથી સતત વાકેફ હરેતો હશે. જો આમ હોય, તો કહી શકાય કે તે વ્યક્તિએ નક્કર અવલોકન કર્યું છે અને હવામાનના વર્તારાનું પૃથક્કરણ કર્યું હશે.
- છેલ્લું વિધાન એવા ડૉક્ટરે ઉચ્ચાર્યું હશે જેની દેખરેખ નીચે પેલો દર્દી સારવાર લેતો હશે.

ઉપર જેવા વિધાનોની વિશ્વસનીયતાનો આધાર વ્યક્તિની અવલોકન શક્તિ પર અને તેની પાસેની સંખ્યાત્મક માહિતીના તેણે કરેલા વિશ્લેષણ પર રહેલો છે. કોઈ ચોક્કસ હેતુસર સંખ્યાત્મક માહિતી એકઠી કરવી, તેનું વર્ગીકરણ કરવું પછી તેનું વિશ્લેષણ (પૃથક્કરણ) કરવું અને છેલ્લે તેમાંથી અર્થઘટન કરીને ચોક્કસ તારણ કાઢવું એ કામ કરતું શાસ્ત્ર એટલે આંકડાશાસ્ત્ર.

સંખ્યાત્મક માહિતીનું એકત્રીકરણ અને વિશ્લેષણનો અભ્યાસ ઘણા સામાજિક પ્રશ્નોના નિરાકરણ માટે ઉપયોગી નીવડે છે, જેમ કે, દેશ્ના આર્થિક વિકાસના પ્રશ્નો, શિક્ષણનો વ્યાપ અને તેના નિકાસનાં પ્રશ્નો, સ્વાસ્થ્ય અને જનસંખ્યાને લગતા પ્રશ્નો, ખેત ઉત્પાદનની વૃદ્ધિ માટેના પ્રશ્નો વગેરે.

નીચેના વિધાનોનું અવલોકન કરતાં તમે જાણી શકશો કે 'આંકડાશાસ્ત્ર' શબ્દનો અર્થ જુદા જુદા સંદર્ભમાં જુદો જુદો થાય છે.

1. ભારતની વર્તમાન શૈક્ષણિક પરિસ્થિતિ આંકડાકીય માહિતીની નકલ મારી પાસે હોય ! ()
2. મને આંકડાશાસ્ત્રનો અભ્યાસ ગમે છે. એ એક રસપ્રદ વિષય છે.

પહેલા વિધાનમાં 'આંકડાશાસ્ત્ર' શબ્દ એક નામ તરીકે એકવચનમાં વપરાયો છે. એનો અર્થ એવો થાય છે, કે આ એક વિષય છે, જે માહિતીનું વર્ગીકરણ કરે છે, માહિતીને કોષ્ટક સ્પરૂપે દર્શાવે છે,

જે માહિતીનું વર્ગીકરણ કરે છે તેમજ માહિતીની અર્થપૂર્ણ સંક્ષિપત રજૂઆત પણ કરે છે.

24.2 માહિતીનું એકત્રીકરણ

સંશોધનના કોઈપણ ક્ષેત્રનો પ્રારંભ માહિતી એકઠી કરવાથી થાય છે. સંશોધક આ માહિતીનું વિશ્લેષણ કરશે અથવા આંકડાશાસ્ત્રી તેમાંથી કોઈ અનુમાન તરફ દોરી જશે. અને તેથી માહિતી ખૂબ જ વિશ્વસનિય અને નક્કી કરેલા હેતુ સંબંધિત જ હોય તેમજ અગાઉથી નક્કી કરેલી યોજના મુજબ જ એકઠી કરેલી હોય, એ અત્યંત આવશ્યક છે.

જ્યારે સંશોધક પોતે જ માહિતી એકઠી કરવાની જવાબદારી નીભાવે છે, ત્યારે મેળવેલી માહિતી પ્રાથમિક માહિતી કહેવાય છે. દા.ત. મતદારોની યાદી, વસ્તીપત્રક વગેરે માહિતીના ઉદાહરણ છે.

જાતે માહિતી એકઠી કરવાનું સંશોધકને માટે કાયમ શક્ય હોતું નથી. કારણ કે દૂર દૂરના પ્રાપ્તિસ્થાનો એ પહોંચવાનો સમય મેળવી શકાતો નથી. આવા વખતે સંશોધક સરકાર દ્વારા અથવા ખાનગી એકન્સી દ્વારા પ્રસિદ્ધ થતા અહેવાલમાંથી માહિતી મેળવે છે. આવી માહિતીને ગૌણ માહિતી કહે છે. સરકાર કે ખાનગી એજન્સી માટે જ 'પ્રાથમિક માહિતી' છે, તે જ માહિતી સંશોધક ઉપયોગમાં લે, તો તે 'ગૌણ માહિતી' છે.

કોઈ સંશોધકે પોતાના હેતુઓને ધ્યાનમાં રાખીને એકઠી કરેલી માહીતીનો ઉપયોગ અન્ય સંશોધક કરે છે, ત્યારે પોતાના અભ્યાસને લગતી બધી વિગત તેમાંથી ન મળે એમ બનવાની પૂરી શક્યતા છે તેથી આવી માહિતીનો ઉપયોગ ખૂબ જ ચોક્સાઈ પૂર્વક કરવો જોઈએ.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 24.1

1. નીચેના વિધાનોને અર્થપૂર્ણ બનાવવા યોગ્ય 'શબ્દ' કે 'શબ્દસમૂહ' મૂકીને ખાલી જગ્યા પૂરો.

(અ) એકવચનમાં આંકડાશાસ્ત્રનો અર્થ એવો થાય છે કે, તે માહિતીનું .... કરે છે, તેને ...... કરે છે, તેનું વિશ્લેષણ કરે છે તેમજ માહિતી અર્થપૂર્ણ પણ કરે છે

(બ) બહુવચનમાં આંકડાશાસ્ત્ર એટલે ....

(ક) એકઠી કરેલી માહિતી માટે સંશોધક પોતે જવાબદાર હોય, તો તે .... માહિતી કહેવાય.

(ડ) સરકાર દ્વારા અથવા ખાનગી સંસ્થા દ્વારા પ્રસિદ્ધ થતા અહેવાલમાંથી માહિતી મેળવવામાં આવે, ત્યારે તે .... માહિતી કહેવાય છે.

(ઈ) આંકડાશાસ્ત્ર એ એક શાસ્ત્ર/વિજ્ઞાન છે, જે .... નું એકત્રીકરણ, વ્યવસ્થિકરણ, પૃથક્કરણ (વિશ્લેષણ) અને અર્થઘટન છે.

2. સમાજમાં મોટા ભાગના માણસો કયા નંબરના બૂટ પહેરે છે તે નીવેદનને જાણવું છે, તેથી તે દરેકના ઘેર જઈને પ્રશ્ન પૂછે છે અને માહિતી પત્રકમાં ટપકાવે છે. આ રીતે મેળવેલી માહિતી એ .... માહિતીનું ઉદાહરણ છે.

3. ધોરણ 1 થી 12 માં દરેક દિવસ ગેરહાજર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા જાણવા તમે શાળાના રજીસ્ટરમાંથી માહિતી મેળવોછે. આ રીતે મેળવેલી માહિતીએ .... માહિતીનું ઉદાહરણ છે.

24.3 માહિતીની રજૂઆત :

જ્યારે માહિતી એકઠી કરવાનું કામ પૂરુ થઈ જાય છે, ત્યારે સંશોધનનું પછીનું કામ છે : માહિતીને ટૂંકાવવી, વ્યવસ્થિત કરવી અને ચોક્કસ ક્રમમાં ગોઠવવી કે જેથી અભ્યાસના મુખ્ય મુદ્દાઓ ઉપસી આવે. માહિતીની આવી ગોઠવણીને **માહિતીની રજૂઆત** કહેવામાં આવે છે.

ધારો કે એક વર્ગમાં 20 વિદ્યાર્થીઓ છે. ગણિતની 100 ગુણની કસોટીમાંથી તેઓએ મેળવેલ ગુણ નીચે મુજબ છે :

45, 56, 61, 56, 31, 33, 70, 61, 76, 56,

36, 59, 64, 56, 88, 28, 56, 70, 64, 74

આ માહિતીને કાચી માહિતી કહેવામાં આવે છે. દરેક નોંધ જેમ કે 45,56 વગેરેને કિંમત અથવા અવલોકન કહે છે. માહિતીના આ સ્વરૂપ પર દષ્ટિપાત કરીને તમે સૌથી વધુ ગુણ અને સૌથી ઓછા ગુણ શોધી શકશો ?

ચાલો, આપણે આ સંખ્યાઓને ચડતાક્રમમાં ગોઠવીએ :

28, 31, 33, 36, 45, 56, 56, 56, 56, 56,

59, 61, 61, 64, 64, 70, 70, 74, 76, 88 ...(1)

હવે તમે ઝડપથી નીચેનીબાબતો જાણી શકશો :

(અ) સૌથી વધુ ગુણ : 88

(બ) સૌથી ઓછા ગુણ : 28

(ક) 56 ગુણ મેળનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા : 5

(ડ) 60 થી વધુ ગુણ મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા : 9

પરિણામ (1) મુજબ કરેલી માહિતીની ગોઠવણીને **ક્રમિક ગોઠવણી** કહેવામાં આવે છે.

જ્યારે અવલોકનોની સંખ્યા વધારે હોય, ત્યારે આ રીતની ગોઠવણીમાં ઘણો સમય વેડફાય છે. ઉપરની માહિતીને વધુ અસરકારક બનાવવા માટે આપણે તેને નીચે મુજબના કોષ્ટક દ્વારા દર્શાવીએ.

20 વિદ્યાર્થીઓના ગણિતના ગુણ

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
28	1
31	1
33	1
36	1
45	1

56	5
59	1
61	2
64	2
70	2
74	1
76	1
88	1
કુલ	20

માહિતીની આ કોષ્ટક સ્વરૂપે રજૂઆતએ સંખ્યાઓની ક્રમિક ગોઠવણીથી કાંઈક વિશેષ છે. કોષ્ટક દ્વારા માહિતીનું ચિત્ર વધુ સ્પષ્ટ બનેછે. કોષ્ટક પરથઈ સરળતાથી જોઈ શકા છે કે 1 વિદ્યાર્થી 28 ગુણ મેળવે છે, 5 વિદ્યાર્થીઓ 56 ગુણ મેળવે છે, 2 વિદ્યાર્થીઓ 70 ગુણ મેળવે છે, વગેરે અવલોકનો (અવલોકનોને 'ચલ' પણ કહે છે.) 28, 31, 33, 36, 45, 56, 70 વગેરે સામે અનુક્રમે દર્શાવેલ સંખ્યાઓ 1, 1, 1, 1, 1, 5, 2, ...ને આવૃત્તિ કહે છે.

આવા કોષ્ટકને **અવર્ગીકૃત માહિતી માટેનું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક** અથવા ટૂંકમાં **અવર્ગીકૃત આવૃત્તિ કષ્ટક** કહે છે.

નોંધ : જ્યારે અવલોકનોની સંખ્યા ઘણી વધારે હોય, ત્યારે એક-એકની ગણતરી કરીને આવૃત્તિ શોધવાનું પ્રતિકૂળ બને છે આવા કિસ્સામાં આપણે ઉભી લીટી (1) જેને આવૃત્તિ ચિહ્ન કહે છે જેનો ઉપયોગ કરીશું. આ રીતે આવૃત્તિ શોધવાનું ઘણું સરળ બનશે.

(જ્યારે અવલોકનોની સંખ્યા ઘણી વધારે હોય) માહિતીનું રજૂઆતનું વધારે ઘનિષ્ટ સ્વરૂપ મેળવવા આપણે અવલોકનોનું વર્ગોમાં વિભાજન નીચે મુજબ કરીશું.

સોપાન- 1 : આપણે મૂળ માહિતી/કાચી માહિતીનો વિસ્તાર (મહત્તમ કિંમત અને લઘુત્તમ કિંમત વચ્ચેનો તફાવત) શોધીશું ઉપરના ઉદાહરણમાં વિસ્તાર $= 88 - 28 = 60$ છે.

સોપાન- 2 : મૂળ માહિતીનું વર્ગેમાં વિભાજન કરવું તે આપણે નક્કી કરશું. કેટલા વર્ગો બનાવવા તે અંગેનો કોઈ ચૂસ્ત નિયમ નથી પરંતુ સામાન્યત: 5 થી ઓછા નહી અને 15 ની વધારે નહી એ રીતે વર્ગોની સંખ્યા રાખવામાં આવે છે.

સોપાન- 3 : વર્ગ અંતરાલનું માપ નક્કી કરવા માટે આપણે વિસ્તારને, નક્કી કરેલા વર્ગોની સંખ્યા વડે ભાગીશું. ઉપરના ઉદાહરણમાં ધારો કે આપણે 9 વર્ગો બનાવવા છે, તો વર્ગ સંખ્યા $= \frac{60}{9} \approx 7$.

સોપાન- 4 : સોપાન-3 માં નક્કી કરેલા વર્ગ અંતરાલનો ઉપયોગ કરીને આપણે વર્ગસીમા નક્કી કરીશું. આપણે ખાતરી કરી લેવી જોઈએ કે લઘુત્તમ કિંમતને સમાવતો અને મહત્તમ કિંમતને

સમાવશે એવા બે વર્ગો વચ્ચે અંતર હોવું જોઈએ નહીં અને વર્ગો સમાન વર્ગલંબાઈ ના હોવા જોઈએ.

સોપાન-5: આપણે આપેલી માહિતીમાંથી એક અવલોકન લઈ તેને આવૃત્તિ-ચિહ્ન (--) વડે જે તે વર્ગોમાં દર્શાવીએ. સગવડયા ખાતર આવૃત્તિ-ચિહ્ન પાંચના જૂથમાં નોંધીશું. પાંચમું આવૃત્તિ-ચિહ્ન ચાર આવૃત્તિ-ચિહ્નોને કાપતી ત્રાંસી લીટીથી દર્શાવીશું. ---

સોપાન- 6 : દરેક વર્ગમાં આપણે આવૃત્તિ-ચિહ્નોની ગણતરી કરવાથી જે-તે વર્ગની આવૃત્તિ મળે છે. (દેખીતું છે કે બધી ।વૃત્તિઓ સરવાળો અવલોકનોની સંખ્યા જેટલો થનો જોઈએ.)

સોપાન- 7 : આવૃત્તિ કોષ્ટને યોગિય શિર્ષક આપવું જોઈએ જેથી કોષ્ટક કઈ માહિતી દર્શાવી છે તેનો ખ્યાલ આવે છે.

ઉપરોક્ત સોપાનોનો ઉપયોગ કરીને 20 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણોનું કોષ્ટક નીચે મુજબ મળશે.

20 વિદ્યાર્થીઓએ ગણતરીની કસોટીમાં મેળવેલા, ગુણનું આવૃત્તિ- કોષ્ટક

વર્ગ અંતરાલ (100 ગુણ માંથી મેળવેલ ગુણ)	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	આવૃત્તિ
28-34	III	3
35-41	I	1
42-48	I	1
49-55	....	0
56-62	𝍸 III	8
63-69	II	2
70-76	IIII	4
77-83	......	0
84-90	I	1
કુલ		**20**

ઉપરોક્ત કોષ્ટકને વર્ગીકૃત માહિતી માટેનું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક પણ કહેવાય છે. માહિતીના ઉપરોક્ત સ્વરૂપને વર્ગીકૃત માહિતી કહે છે.

ઉપરના કોષ્ટકના વર્ગ 28-34 માં 28, 29, 30, 31, 32, 33 અને 34 અવલોકનો સમાયેલા છે. તે જ રીતે 35-41 ના વર્ગમાં 35, 36, 37, 38, 39, 40 અને 41 અવલોકનો સમાયેવલા છે, વગેરે.

અહીં કોઈ અવલોકનનું પુનરાવર્તન થતું નથી.

28-34 ના વર્ગમાં 28 ને અધ:વર્ગસીમા અને 34 ને ઉર્ધ્વ વર્ગસીમા કહે છે.

આ પ્રકારની રજૂઆતથી માહિતી માટેની વિશેષ જાણકારી (તારણ) મેળવી શકાય છે. જેમ કે,

(1) 28-34 ગુણ મેળવનારા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા 3 છે.

(2) 49 થી 55 ના વર્ગમાં એક પણ વિદ્યાર્થી નથી એટલે કે કોઈ વિદ્યાર્થીએ 49, 50, 51, 52, 53, 54 અને 55 ગુણ મેળવ્યા નથી.

(3) 56 થી 62 ગુણ મેળવનારા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સૌથી વધુ છે.

20 વિદ્યાર્થીઓના આ સમૂહને નીચેના કોષ્ટક મુજબ 28-35, 35-42, 42-49, 49-56, 56-63, 63-70, 70-77, 77-84 અને 84-91 એવા નવ વર્ગોમાં પણ દર્શાવી શકાય.

અહીં 28-35, 35-42સ વગેરે વર્ગો છે. જુઓ કે 35 બંને વર્ગમાં દેખાય છે પણ તમે જાણો છો કે એક જ અવલોકન એક સાથે બે વર્ગમાં હોઈ શકે નહિં. આ દેખાતી ક્ષતિ નીવારવા માટે સામાન્ય અવલોકન 35 ને ઉંચા વર્ગમાં (બેમાંથી ઉંચી કિંમતવાળા વર્ગમાં) ગણવામાં આવે છે. એટલે કે 35 નું સ્થાન 28-35 ના વર્ગોમાં નહિ પણ 35-42 ના વર્ગમાં છે. એ જ રીતે 42 નું સ્થાન 42-49 ના વર્ગોમાં છે, વગેરે. આમ, 28-35 નો વર્ગ 28 અને 28 થી વધુ કિંમતના પરંતુ 35 થી ઓછી કિંમતના અવલોકનો સમાવે છે.

20 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિતની કસોટીમાં મેળવેલા ગુમનું આવૃત્તિ કોષ્ટક

વર્ગ અંતરાલ (100 ગુણ માંથી મેળવેલ ગુણ)	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	આવૃત્તિ
28-35	|||	3
35-42	|	1
42-49	|	1
49-56	–	0
56-63	~~||||~~ |||	8
63-70	||	2
70-77	||||	4
77-84	–	0
84-91	|	1
કુલ		**20**

શા માટે આપણે ઉપર આપ્યા મુજબનું આવૃત્તિવિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરવું ? બીજા ઉદાહરણ દ્વારા તમને સ્પષ્ટીકરણ મળી જશે.

ધારો કે 50 વિદ્યાર્થીઓના વજનનું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટર નીચે મુજબ છે.

વજન (કિ.ગ્રામમાં)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
31-35	10
36-40	7
41-45	15
45-50	4
51-55	2
56-60	3
61-65	4
66-70	3
71-75	2
કુલ	**50**

ધારો કે 35.5 કિગ્રા અને 50.54 કિગ્રા વજનવાળા બે વિદ્યાર્થીઓ વર્ગમાં પ્રવેશ મેળવે છે. આપણે તેઓને વજનના કયા વર્ગમાં સમાવીશું ? 35.5 કિગ્રા વજનવાળાને 31-35 ના વર્ગમાં ગોઠવી શકાય ? 36-40 ના વર્ગમાં ગોઠવી શકાય ? ના 31-35 નો વર્ગ માત્ર 35 સુધીનો છે અને 36-40 નો વર્ગ 36-35 માત્ર 35 સુધીનો છે અને 36-40 નો વર્ગ 36 (થી શરૂ થાય છે) અને તેની ઉપરનો છે. આમ, એક વર્ગની ઉર્ધ્વસીમા અને પછીના વર્ગની અધ:સીમા વચ્ચે ગાળો ઊભો થાય છે. આ મુશ્કેલી નિવારવા માટે આ ગાળાને આપણએ એવી રીતે વિભાજિત કરીશું કે જેથી એક વર્ગની ઉર્ધ્વસીમા અને પછીના વર્ગની અધ:સીમા એક જ હોય. આ માટે આપણે એક વર્ગની ઉર્ધ્વસીમા અને પછી વર્ગની અધ:સીમા વચ્ચેનો તફાવત જાણીશું.

આ તફાવતનું અડધું પ્રત્યેક ઉર્ધ્વસીમામાં ઉમેરીશું અને પ્રત્યેક અધ:સીમામાંથી બાદ કરીશું. દાખલા તરીકે,

31-35 અને 36-40 એવા પાસપાસેના બે વર્ગો લઈએ, તો 36-40 ના વર્ગની અધ:સીમા 36 અને 31-35 ની વર્ગની ઉર્ધ્વસીમા 35 છે.

તેથી તફાવત $= 36\text{-}35 = 1$, *અને તફાવતનું અડધું* $= \frac{1}{2} = 0.5$ *હવે 31-35 નો નવો અંતરાલ* $(31 - 0.5) - (35 + 0.5)$, *એટલે* $30.5 - 35.5$. *બનશે. એજ રીતે 36-40 વાળો વર્ગ* $(36 - 0.5) - (40 + 0.5)$, *એટલે* $35.5 - 40.5$ *બનશે, વગેરે.*

આ રીતે નવા વર્ગો 30.5-35.5, 35.5-40.5, 40.5-45.5, 45.5-50.5, 50.5-55૨.5, 55.5-60.5, 60.5-65.5, 65.5-70.5 અને 70.5-75.5. બનશે. આ વર્ગો હવે સતત વર્ગો છે.

જુઓ કે વર્ગની વર્ગલંબાઈ પહેલાની જેમ 5 જ છે. આ ફેરફાર કરેલી સીમાને વાસ્તવિક વર્ગ સીમા કહે છે. આમ, 30.5-35.5 ના વર્ગ માટે 30.5 એ વાસ્તવિક અધઃસીમા અને 35.5 એ વાસ્તવિક ઉર્ધ્વસીમા છે.

હવે નવા વિદ્યાર્થીઓના વજન સામેલ કરી શકીશું ? કયા વર્ગમાં ?

દેખીતી રીતે, 35.5 ને 35.5-40.5 વાળા વર્ગમાં અને 50.54 ને 50.5-55.5 વાળા વર્ગમાં સમાવી શકાશે. (તમે કારણ આમ સખશો?).

આ રીતે, નવું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ મળશે.

વજન (કિગ્રામાં)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	
30.5-35.5	10	
35.5-40.5	8	← ૩૫.૫ આ વર્ગમાં સામેલ કર્યું.
40.5-45.5	15	
45.5-50.5	4	
50.5-55.5	3	← ૫૦.૫૪ આ વર્ગમાં સામેલ કર્યું.
55.5-60.5	3	
60.5-65.5	4	
65.5-70.5	3	
70.5-75.5	2	
કુલ	52	

નોંધ : ઉપરના ઉદાહરણ માટે આપણે 30-35, 35-40, 40-45, ..., 65-70 અને 70-75 એવા વર્ગો પણ લઈ શક્યા હોત.

ઉદાહરણ 24.1: નીચે 32 માણસોનું દૈનિક ભથ્થું (રૂપિયા) આપ્યું છે. તે પરથી 10 વર્ગ લંબાઈવાળા આવૃત્તિવિતરણની રચના કરો.

110	184	129	141	105	134	136	176	155
145	150	160	160	152	201	159	203	146
177	139	105	140	190	158	203	108	129
118	112	169	140	185				

ઉકેલ : માહિતીનો વિસ્તાર $= 205 - 105 = 98$

10 વર્ગલંબાઈ વાળા 10 વર્ગો બનશે.

ઉપરોક્ત માહિતી માટેનું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક નીચે આપ્યું છે.

32 માણસોનું દૈનિક ભથ્થુ દર્શાવતું આવૃત્તિ કોષ્ટક

દૈનિક ભથ્થું (રૂ. માં)	આવૃત્તિ ચિહ્ન	માણસોની સંખ્યા અથવા આવૃત્તિ
105-115	𝍸	5
115-125	|	1
125-135	|||	3
135-145	𝍸	5
145-155	||||	4
155-165	𝍸	5
165-175	|	1
175-185	|||	3
185-195	||	2
195-205	|||	3
કુલ		**32**

ઉદાહરણ **24.2:** 30 *વિદ્યાર્થીઓની ઉંચાઈ (સેમીમાં) નીચે મુજબ છે.*

161	151	153	165	167	154
162	163	170	165	157	156
153	160	160	170	161	167
154	151	152	156	157	160
161	160	163	167	168	158

(1) વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયારી કરો, જેમાં 161-165, 166-170.

(2) આ કોષ્ટક ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓની ઉંચાઈ અંગે તમારું તારણ જણાવો ?

ઉકેલ :

(1) 30 વિદ્યાર્થીઓની ઉંચાઈ દર્શાવતું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક

ઉંચાઈ (સેમીમાં)	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ
151-155	卌 ||	7
156-160	卌 ||||	9
161-165	卌 |||	8
166-170	卌 |	6
કુલ		**30**

(2) ઉપરના કોષ્ટક પરથી એ તારવી શકાય છે કે 50 % થી વધારે વિદ્યાર્થીઓ (એટલે કે 16) ની ઉંચાઈ 160 સેમીથી ઓછી છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 24.2

1. કાચી (મૂળ) માહિતી અને વ્યવસ્થિત (ક્રમિક ગોઠવણી) માહિતીનું એક ઉદાહરણ આપો.
2. ધોરણ 9 ની 30 વિદ્યાર્થીઓની ઉંચાઈ (સેમીમાં) નીચે મુજબ છે તે પરથી માહિતીનો વિસ્તાર શોધો.

140	140	160	139	153	146	151	150	150	154
148	158	151	160	150	149	148	140	148	153
140	139	150	152	149	142	152	140	146	148

3. પ્રાથમિક માહિતી અને ગૌણ માહિતી વચ્ચેનો તફાવત જણાવો.
4. ગણિત મહોત્સવમાં ધોરણ-9 ના 30 વિદ્યાર્થીઓએ ભાગ લીધો તેમણે મેળવેલા ગુણ નીચે મુજબ છે.

46	31	74	68	42	54	14	93	72	53
59	38	16	88	27	44	63	43	81	64
77	62	53	40	71	60	8	68	50	58

આ માહિતી પરથી 0-9, 10-19, વગેરે વર્ગો લઈને આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો. તે પરથી 49 થી વધુ ગુણ મેળવનારા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

5. નીચેની માહિતી માટે સરખી વર્ગલંબાઈવાળું આવૃત્તિવિતરણ તૈયાર કરો જેનો એક વર્ગ 250-270 (270 તે વર્ગમાં નથી) હોય.

268	230	368	248	242	310	272	342
310	300	300	320	315	304	402	316
406	292	355	248	210	240	330	316
406	215	262	238				

6. શાળાના 40 શિક્ષકોની ઉંમર (વર્ષમાં) નું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક નીચે મુજબ છે.

ઉંમર (વર્ષમાં)	શિક્ષકોની સંખ્યા
25-31	12
31-37	15
37-43	7
43-49	5
49-55	1
કુલ	40

(1) વર્ગલંબાઈ કેટલી છે ?

(2) 37-43 ના વર્ગની ઉર્ધ્વ વર્ગ સીમા જણાવો ?

(3) 49-55 વર્ગની અધ:વર્ગસીમાં જણાવો ?

24.4 સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

નીચેનું આવૃત્તિ વિતરણ વિચારો :

વજન (કિગ્રામાં)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
30-35	10
35-40	7
40-45	15
45-50	4
50-55	2
55-60	3
60-65	4
65-70	3
70-75	2
કુલ	**50**

હવે, નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપવાનો પ્રયત્ન કરો.

(1) કેટલા વિદ્યાર્થીઓનું વજન 35 કિગ્રાથી ઓછું છે ?

(2) કેટલા વિદ્યાર્થીઓનું વજન 50 કિગ્રાથી ઓછું છે ?

(3) કેટલા વિદ્યાર્થીઓનું વજન 60 કિગ્રાથી ઓછું છે ?

(4) કેટલા વિદ્યાર્થીઓનું વજન 70 કિગ્રાથી ઓછું છે ?

ચાલો, આપણે નીચેની રીતે જવાબ તૈયાર કરીએ :

વજન		વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
35 કિગ્રાથી ઓછું	:	10
40 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10)+7=17$
45 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10+7)+15=32$
50 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10+7+15)+4=36$
55 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10+7+15+4)+2=38$
60 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10+7+15+4+2)+3=41$
65 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10+7+15+4+2+3)+4=45$
70 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10+7+15+4+2+3+4)+3=48$
75 કિગ્રાથી ઓછું	:	$(10+7+15+4+2+3+4+3)+2=50$

ઉપરની ગોઠવણી પરથી પ્રશ્નોના જવાબ મેળવવાનું ઘણું-ઘણું સરળ બની જાય છે. પ્રશ્ન (1), (2), (3) અને (4) નો જવાબ અનુક્રમે 10, 36, 41 અને 48 છે.

ઉપર મેળવેલી આવૃત્તિ 10, 17, 32, 36, 38, 41, 48, 50 ને જે-તે વર્ગની સંચય આવૃત્તિ કહે છે. જુઓ, છેલ્લા વર્ગની (એટલે કે 70-75ની) સંચયી આવૃત્તિ અવલોકનોની કુલ સંખ્યા 50 જેટલી છે. (અહીં અવલોકનોની કુલ સંખ્યા એટલે વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા છે.)

જો વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણના કોષ્ટકમાં સંચયી આવૃત્તિ દર્શાવતો એક સ્તંભ ઉમેરી દઈએ, તો દરેક વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ સરળતાથી જાણી શકાય. આવા કોષ્ટકને માહિતીનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ અથવા સંચયી કોષ્ટક કહે છે.

સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક

વજન (કિ.ગ્રામાં)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અથવા આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
0-35	10	10
35-40	7	17
40-45	15	32
45-50	4	36
50-55	2	38
55-60	3	41
60-65	4	45
65-70	3	48
70-75	2	50
કુલ	**50**	

ઉદાહરણ 24.3: એક હજાર કર્મચારીઓની અઠવાડીક આવક દર્શાવતું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે.

અઠવાડિક આવક (રૂા.માં)	કર્મચારીઓની સંખ્યા
0-1000	12
1000-2000	35
2000-3000	75
3000-4000	225
4000-5000	295
5000-6000	163
6000-7000	140
7000-8000	55
કુલ	**1000**

ઉપરના કોષ્ટકનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

અઠવાડીયા દરમિયાન ,

(1) રૂા. 2000 થી ઓછું કમાતા કર્મચારીઓની સંખ્યા કેટલી છે ?

(2) રૂા. 5000 થી ઓછું કમાતા કર્મચારીઓની સંખ્યા કેટલી છે ?

(3) રૂા. 8000 થી ઓછું કમાતા કર્મચારીઓની સંખ્યા કેટલી છે ?

ઉકેલ : સંચયી આવૃત્તિવિતરણ નીચે મુજબ મળશે.

સંચયી આવૃત્તિ કોષ્ટક

અઠવાડિક આવક (રૂા. માં)	કર્મચારીઓની સંખ્યા (આવૃત્તિ)	સંચયી આવૃત્તિ
0-1000	12	12
1000-2000	35	47
2000-3000	75	122
3000-4000	225	347
4000-5000	295	642
5000-6000	163	805
6000-7000	140	945
7000-8000	55	1000
કુલ	**1000**	

કોષ્ટક પરથી જાણી શકાય છે કે,

(1) રૂા. 2000 થી ઓછું કમાતા કર્મચારીઓ 47 છે.

(2) રૂા. 5000 થી ઓછું કમાતા કર્મચારીઓ 642 છે.

(3) રૂા. 8000 થી ઓછું કમાતા કર્મચારીઓ 1000 છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 24.3

1. નીચેના આવૃત્તિ વિતરણોને સંચયી આવૃત્તિ વિતરણમાં ફેરવો.

(i)

વર્ગ	આવૃત્તિ
1-5	4
6-10	6
11-15	10
16-20	13
21-25	6
26-30	2

(ii)

વર્ગ	આવૃત્તિ
0-10	3
10-20	10
20-30	24
30-40	32
40-50	9
50-60	7

2. નીચેની માહિતી માટે સંચય આવૃત્તિ વિતરણ રચો.

ઉંચાઈ (સેમીમાં)	110-120	120-130	130-140	140-150	150-160	કુલ
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	14	30	60	42	14	160

કેટલા વિદ્યાર્થીઓની ઉંચાઈ 150 સેમીથી ઓછી છે ?

24.5 માહિતીની આલેખાત્મક રજૂઆત

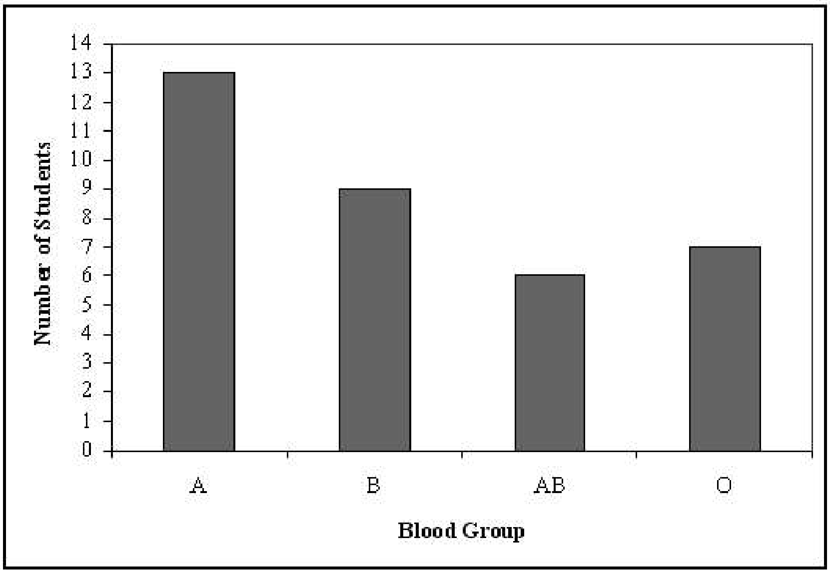
24.5.1 લંબરેખા (Ber Charts / Graphs)

અગાઉ આપણે માહિતી અંગેની ચર્ચા કોષ્ટક દ્વારા કરી છે. માહિતીને રજૂ કરવાની બીજી રીત છે- આલેખાત્મક રજૂઆત. આલેખાત્મક રજૂઆતએ માહિતીની બાબતોની પારસ્પરિક સરખામણી કરવાનો સૌથી સરળ રસ્તો છે. સંખ્યાત્મક માહિતીની આલેખાત્મક રજૂઆત કરવાની એક રીત **લંબાલેખ** છે. દાખલા તરીકે નીચે બ્લડગ્રૂપ અંગેની રજૂઆત કોષ્ટક સ્વરૂપે કરેલી છે.

વર્ગના 35 વિદ્યાર્થીઓના બ્લડગ્રૂપ દર્શાવતું કોષ્ટક

બ્લડ ગ્રૂપ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
A	13
B	9
AB	6
O	7
કુલ	**35**

આપણે વર્ડ આ માહિતીની રજૂઆત આકૃતિ 24.1 મુજબ કરીએ :



આલેખ 24.1

*આને **લંબાલેખ** કહેવામાં આવે છે.*

બધા સ્તંભ સરખી પહોળાઈના ઉભા લંબ ચરસ છે. તેમની વચ્ચે સરખું અંતર રાખવામાં આવે છે. અને બધા સ્તંભ X- અક્ષ ઉપર દોરવામાં આવે છે. લંબચોરસની (સ્તંભની) ઉંચાઈ Y- અક્ષ ઉપર દર્શાવવામાં આવે છે.અને આવૃત્તિના સમપ્રમાણમાં હોય છે. (અહિં આવૃત્તિ એટલે વિદ્યર્થીઓની સંખ્યા) સ્તંભની પહોળાઈ ખાસ કોઈ અર્થ નથી, માત્ર આકર્ષક દેખાય એજ હેતુ છે. જો તમને આકૃતિ 24-1 નો લંબાલેખ આપવામાં આવે, તો તેમે તેમાંથી શું સાર મેળવી શકો ?

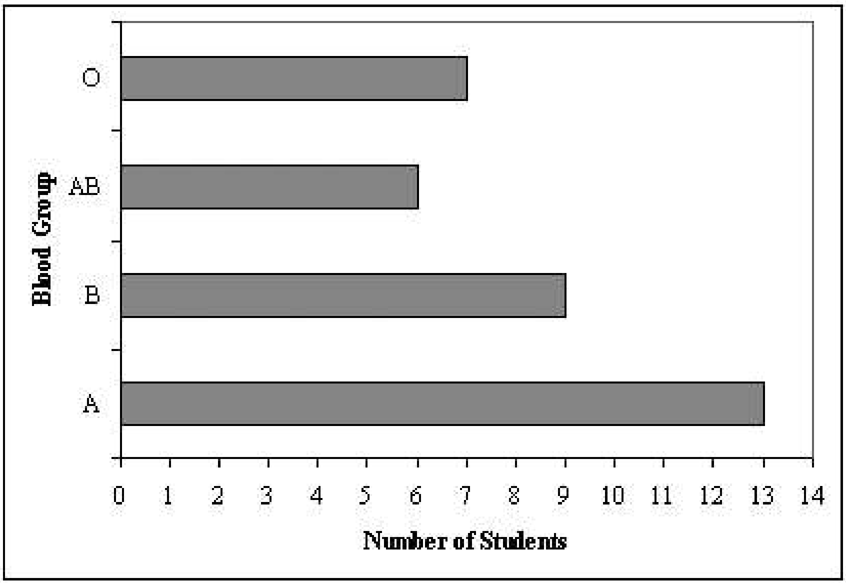
તમે તારવી શકશો કે,

(1) વર્ગમાં A બ્લડગ્રૂપ ધરાવતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સૌથી વધારે છે.

(2) વર્ગમાં AB બ્લડગ્રૂપ ધરાવતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સૌથી ઓછી છે.

સામાન્યત : અર્થશાસ્ત્રીઓ, વ્યાપારીઓ, આરોગ્ય સંબંધિત સામયિકો, સરકારી ખાતાઓ, વગેરે માહિતીની રજૂઆતમાં લંબાલેખનો ઉપયગ કરે છે.

લંબાલેખનું બીજુ સ્વરૂપ નીચે આકૃતિ 24.2 માં દર્શાવ્યું છે. અહીં બ્લડગ્રૂપ y- અક્ષ ઉપર અને આવૃત્તિ x- અક્ષ ઉપર દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 24.2

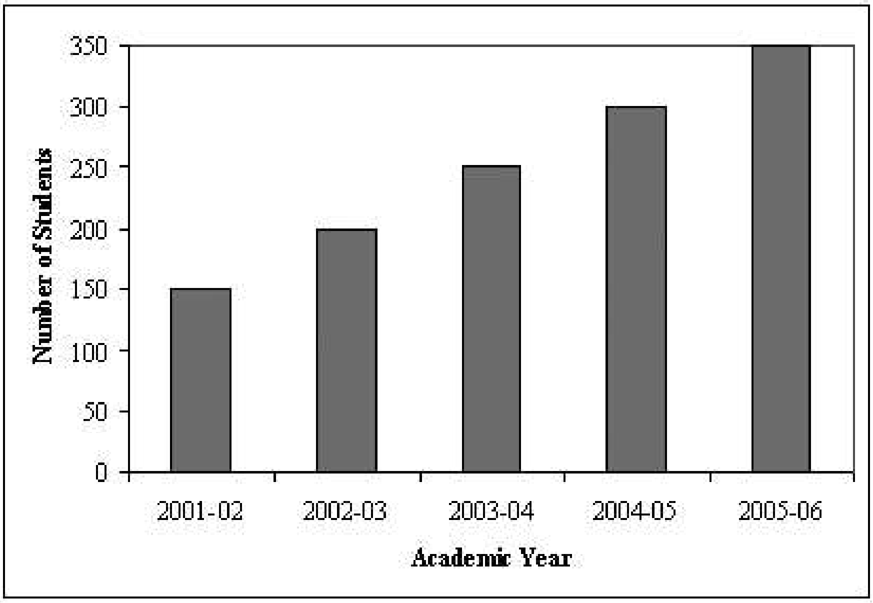
આકૃતિ 24.1 અને 24.2 માં ખાસ કોઈ મહત્વનો તફાવત નથી. કોઈ સંશોધકની પસંદ ઉભા સ્તંભની હોય, તો કોઈની આડા સ્તંભની સામાન્ય રીતે ઉભા સ્તંભ દોરવાનું પસંદ કરવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 24.4: શૈક્ષણિક વર્ષ 2001-02 થી 2005-06 દરમિયાન ધોરણ-9 ના વર્ગમાં રહેલી વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવતો લંબાલેખ નીચે મુજબ છે. (આકૃતિ24.3) તે જોઈને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(1) લંબાલેખ દ્વારા કઈ માહિતી પૂરી પાડવામાં આવી છે ?

(2) કયા વર્ષનાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા પાડવામાં 250 હતી ?

(3) વર્ષ 2001-02 કરતાં વર્ષ 2002-03 માં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા બમણી થઈ. સાચું કે ખોટું?



આકૃતિ 24.3

ઉકેલ:

(1) શૈક્ષણિક વર્ષ 2001-02 થી 2005-06 દરમિયાન શાળાના ધોરણ-9 ના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવતો લંબાલેખ છે.

(2) શૈ. વર્ષ 2003-04 દરમિયાન વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા 250 હતી.

(3) વર્ષ 2002-03 માં નામાંકન $= 200$

વર્ષ 2001-02 માં નામાંકન $= 150$

$$\frac{200}{150} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} < 2$$

તેથી આપેલું વિધાન ખોટું છે.

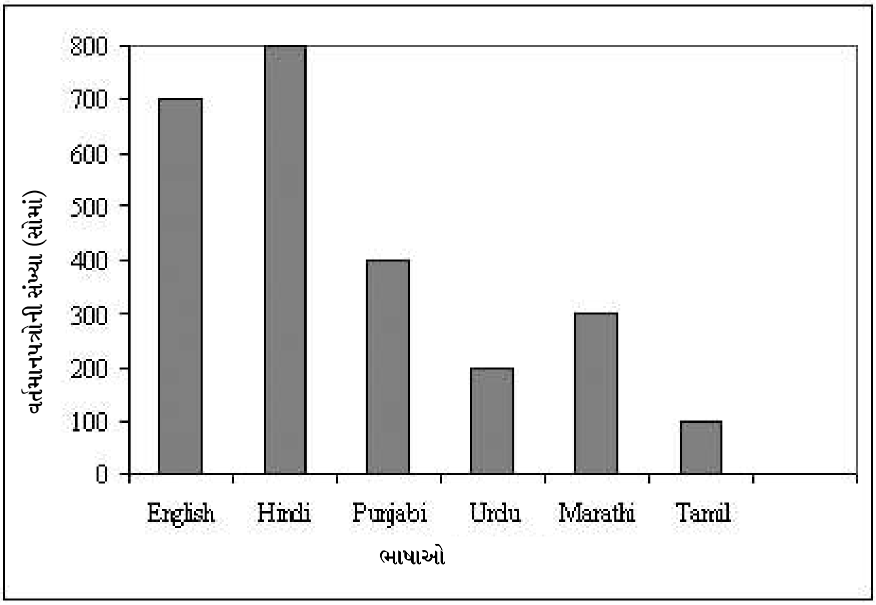
ઉદાહરણ 24.5: એક શહેરમાં છ ભાષાઓમાં પ્રસિદ્ધ થતાં વિર્તમાનપત્રોન ફેલાવાના આંકડા (સોમાં) દર્શાવતો લંબાલેખ (આકૃતિ 24.4) આપ્યો છે. તેનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(1) હિન્દી, અંગ્રેજી અને તમીલના વંચાતા વર્તમાનપત્રોની કુલ સંખ્યા કરતાં હિન્દીમાં વંચાતા વર્તમાનપત્રોની સંખ્યા કેટલી વધારે છે ?

(2) ઉર્દુ, મરાઠી અને તામીલના વંચાતા વર્માનપત્રોની કુલ સંખ્યા કરતાં હિન્દીમાં વંચાતા વર્તમાનપત્રોની સંખ્યા કેટલી વધારે છે ?

(3) કઈ ભાષાના વર્તમાનપત્રો સૌથી ઓછી સંખ્યામાં વંચાય છે ?

(4) વંચાતા વર્તમાનપત્રોને ભાષાઓને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવો.



આકૃત્તિ 24.4

ઉકેલ :

(1) હિન્દી, અંગ્રેજી અને પંજાબીમાં વંચાતા વર્તમાનપત્રોની સંખ્યા $= 800 + 700 + 400 = 1900$ (સો)

(2) હિન્દીમાં વંચાતા વર્તમાનપત્રોની સંખ્યા $= 800$ (સો)

ઉર્દુ, મરાઠી અને તમીલમાં વંચાતા વર્માનપત્રોની સંખ્યા $= 200 + 300 + 100 = 600$ (સો)

તેથી તફાવત $= 800 - 600) = 200$ (સો)

(3) તમીલમાં વંચાતા વર્તમાનપત્રોની સંખ્યા સૌથી ઓછી છે.

(4) તમીલ, ઉર્દુ, મરાઠી, પંજાબી, અંગ્રેજી, હિન્દી

લંબાલેખની રચના

હવે આપણે લંબાલેખની રચના ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ :

ઉદાહરણ 24.6: વર્ષ 2000 થી 2004 દરમિયાન બેંકે આપેલા લોન (ધિરાણ) ના આંકડા (કરોડ રૂપિયામાં) નીચે મુજબ છે.

વર્ષ	લોન (કરોડ રૂપિયામાં)
2000	25
2001	30
2002	40
2003	55
2004	60

ઉપરોક્ત માહિતી માટે લંબઆલેખ દોરો.

ઉકેલ :

સોપાન 1: એક આલેખ પત્ર લો અને તેના પર બે લંબ રેખાઓ દોરો અને તેમને ક્ષૈતિજ અક્ષ્ ને લંબઅક્ષ એવા નામ આપો.

સોપાન 2: વર્ષને ક્ષૈતિજ અક્ષ પર અને વર્ષ સંબંધિત લોનની રકમ (કરોડ રૂપિયામાં) ને લંબ અક્ષ પર દર્શાવો.

સોપાન3: સ્તંભોની અનુકૂળ પહોળાઈ અને બે સ્તંભો વચ્ચેનું અનુકૂળ અંતર આલેખપત્રની મર્યાદામાં નક્કી કરો.

સોપાન 4: આપેલી માહિતીને ધ્યાનમાં લઈને લંબ-અક્ષ માટે યોગ્ય પ્રમાણમાપ નક્કી કરો.

આલેખપત્રનો 1 એકમ = આપેલી માહિતીના 10 કરોડ રૂપિયા એવું પ્રમાણમાપ લઈએ.

સોપાન 5: જુદા જુદા વર્ષ માટેની સ્તંભની ઉંચાઈ નીચે મુજબ ગણો.

2000 : $\frac{1}{10} \times 25 = 2.5$ એકમ

2001 : $\frac{1}{10} \times 30 = 3$ એકમ

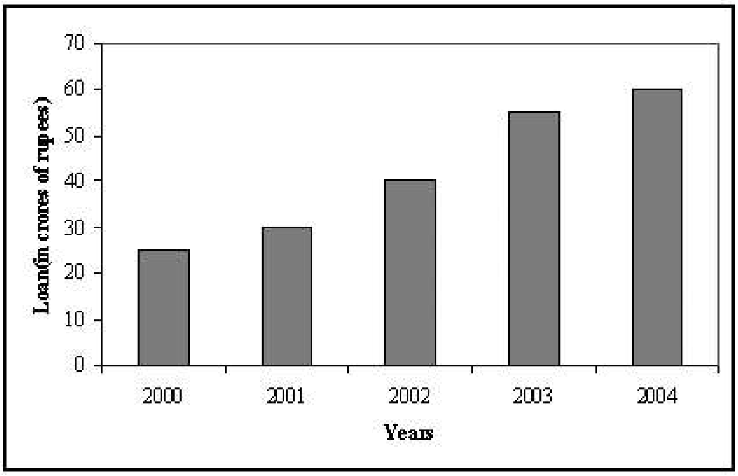
2002 : $\frac{1}{10} \times 40 = 4$ એકમ

2003 : $\frac{1}{10} \times 55 = 5.5$ એકમ

2004 : $\frac{1}{10} \times 60 = 6$ એકમ

સોપાન 6: એક સરખી જાડાઈ (પહોળાઈ) ના સ્તંભ દરેક વચ્ચે સરખું અંતર રાખીને સોપાન 5 માં ગણ્યા મુજબની ઉંચાઈના દોરો. આકૃતિ 24.5

વર્ષ 2000 થી 2004 દરમિયાન બેંકે આપેલા લોનનો લંબાલેખ
(રકમ કરોડ રૂપિયામાં દર્શાવી છે)

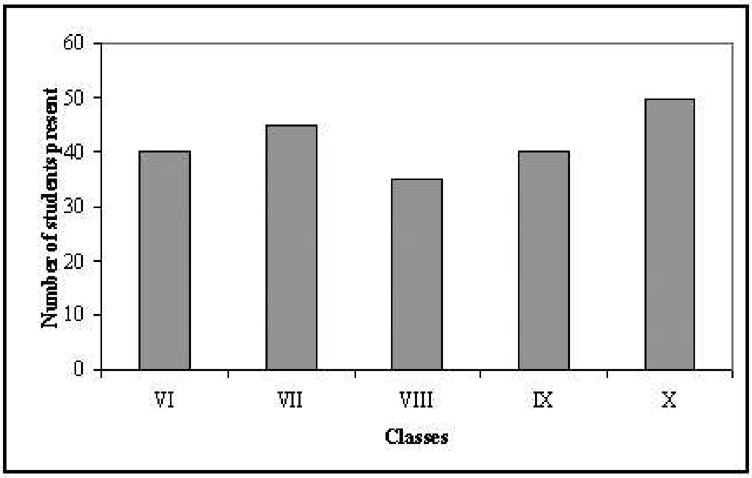


આકૃતિ 24.5

ઉદાહરણ 24.7: *શાળાના જુદા જુદા વર્ગમાં કોઈ એક દિવસે હાજર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે. તેને અનુરૂપ લંબાલેખ દોરો.*

વર્ગ	VI	VII	VIII	IX	X
હાજર સંખ્યા	40	45	35	40	50

ઉકેલ : *ઉપરની માહિતી માટેનો લંબાલેખ નીચે આકૃતિ 24.6 મુજબ થશે. પ્રમાણમાપ : લંબ અક્ષ ઉપર 1 સેમી = 10 વિદ્યાર્થીઓ*



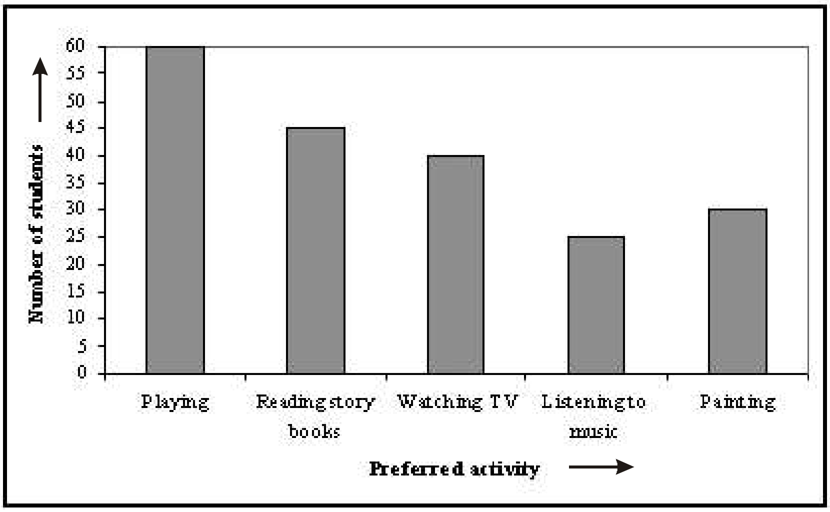
આકૃતિ 24.6

ઉદાહરણ 24.8: 'તમને ફાજલ સમયમાં કઈ પ્રવૃત્તિ કરવાનું ગમે છે ?' એવા પ્રશ્નનો ઉત્તર શાળાના 200 વિદ્યાર્થીઓ પાસેથી મેળવ્યો, જે નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવ્યું છે. તે પરથી લંબાલંખની રચના કરો.

પ્રવૃત્તિની પસંદગી	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
રમતો રમવી	60
વાર્તાની ચોપડીઓ વાંચવી	45
ટી.વી. જોવું	40
સંગીત સાંભળવું	25
ચિત્રો દોરવા	30

ઉકેલ : ઉપરની માહિતી પરથી મળતો લંબાલેખ આકૃતિ 24.7 માં દર્શાવ્યો છે.

પ્રમાણમાપ : લંબઅક્ષ ઉપર 1 સેમી = 10 વિદ્યાર્થીઓ



આકૃતિ 24.7

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 24.4

1. ખાલી જગ્યા પૂરો :

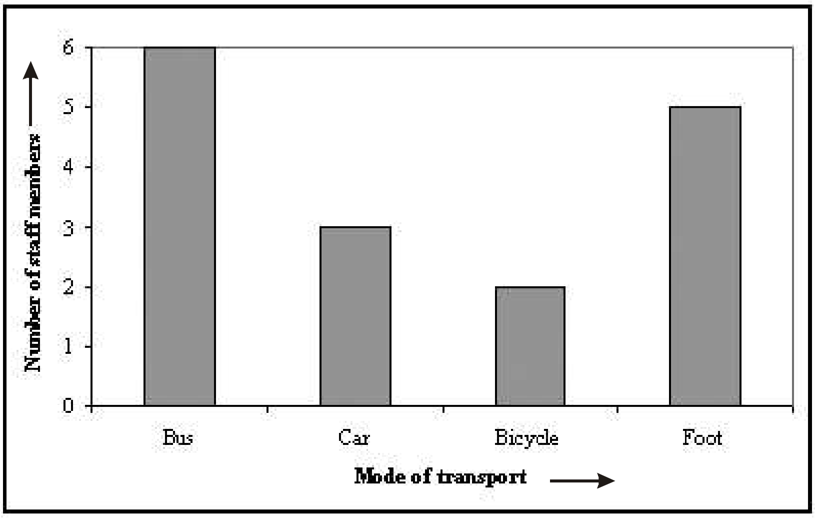
(અ) સરખી પહોળાઈના .... વડે રચેલો લંબાલેખએ સંખ્યાત્મક માહિતીની આલેખાત્મક રજૂઆત છે.

(બ) લંબાલેખમાં બધા ઉભા લંબચોરસ વચ્ચે .... જગ્યા છોડવામાં આવે છે.

(ક) લંબાલેખમાં પ્રત્યેક લંબચોરસની ઉંચાઈ માહિતીના .... છે.

2. શાળાના કર્મચારીઓ કઈ રીતે શાળાએ પહોંચે છે તે દર્શાવતો લંબાલેખ નીચે આપ્યો છે.
(પ્રમાણમાપ = y - અક્ષ પર 1 સેમી = 1 કર્મચારી)

શાળાના કર્મચારીઓનું પરિવહન



આકૃતિ 24.8

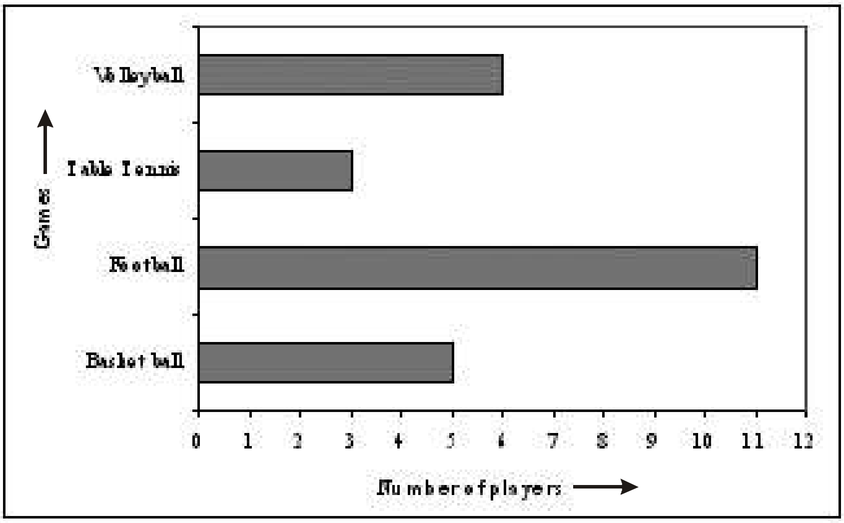
ઉપરના લંબાલેખનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(1) કેટલા કર્મચારીઓ સાઈકલ દ્વારા શાળાએ પહોંચે છે ?

(2) કેટલા કર્મચારી બસ દ્વારા શાળાએ પહોંચે છે ?

(3) મોટાભાગના કર્મચારીઓ પરિવહનનો કયો માર્ગ અપનાવે છે ?

3. નીચેના લંબાલેખમાં ચાર રમતોમાં ભાગ લેતા ખેલાડીઓની સંખ્યા દર્શાવી છે.
(પ્રમાણમાપ = ક્ષૈતિજ અક્ષ પર 1 સેમી = 1 ખેલાડી)



આકૃતિ 24.9

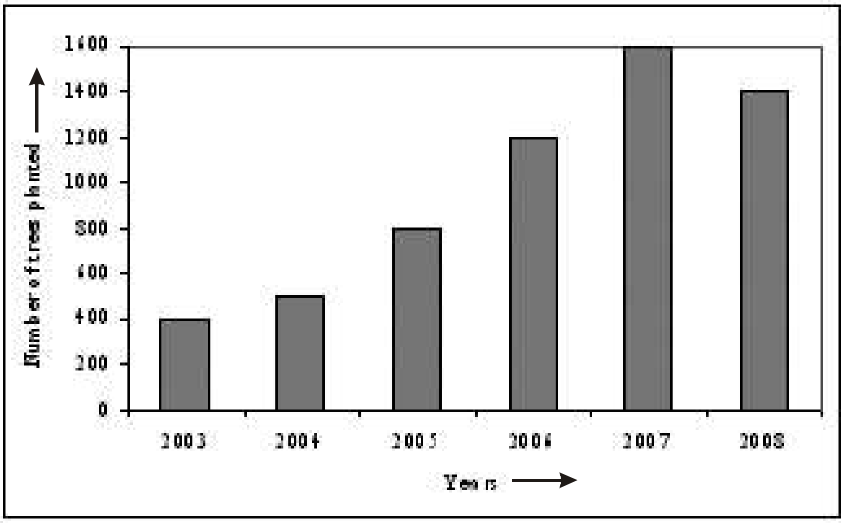
આપેલા લંબાલેખનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(1) વોલીબોલ ટીમમાં કેટલા ખેલાડીઓ રમે છે ?

(2) સૌથી વધુ ખેલાડીઓ રમતા હોય, તેવી રમત કઈ છે ?

(3) કઈ રમતમાં માત્ર ત્રણ ખેલાડીઓ રમે છે ?

4. વૃક્ષારોપણ પર્વ વખતે એક સંસ્થાએ જુદા જુદા વર્ષે કેટલા છોડ રોપ્યા તેની માહિતી નીચેના લંબાલેખમાં દર્શાવી છે. (પ્રમાણમાપ = લંબ અક્ષ પર 1 સેમી = 200 છોડ)



આકૃતિ 24. 10

ઉપરના લંબાલેખ પરથી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

1. 2003 થી 2008 દરમિયાન સંસ્થાએ કુલ કેટલા છોડ રોપ્યા ?
2. કયા વર્ષે સૌથી વધુ છોડ રોપ્યા ?
3. કયા વર્ષો સૌથી ઓછા છોડ રાપ્યા ?
4. આગળના વર્ષ કરતાં ઓછા છોડ રોપાયાં હોય એવું વર્ષ કયું છે ?

(5) એક કંપનીએ વર્ષ દરમિયાન જુદા જુદા ખાતામાં કરેલ ખર્ચની વિગત નીચે મુજબ છે. આ માહિતીને રજૂ કરતો લંબાલેખ દોરો.

ખાતાનું નામ	ખર્ચ (લાખ રૂપિયામાં)
કર્મચારીઓનો પગાર	200
મુસાફરી / પ્રવાસ	100
પાણી અને વિજળી	50
ભાડું	125
અન્ય	150

24.5.2 સ્તંભાલેખ અને આવૃત્તિ બહુકોણ

અગાઉ આપણે માહિતીની રજૂઆત લંબાલેખ દ્વારા કેવી રીતે થાય છે, તે સમજ્યા. હવે આપણે વર્ગીકૃત સતત આવૃત્તિ વિતરણની આલેખાત્મક રજૂઆત શીખીશું વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણની આલેખાત્મક રજૂઆત દ્વારા થાય છે.

સ્તંભાલેખ, લંબાલેખ જેવો જ છે, ફેર માત્ર એટલો છે કે અહીં બે સ્તંભો વચ્ચે જગ્યા નથી.

1. વર્ગીકૃત માહિતીના વર્ગોને અનૂકુળ પ્રમાણમાપ લઈને ક્ષૈતિજ અક્ષ પર દર્શાવવામાં આવે છે.
2. માહિતીની આવૃતિને અનૂકુળ પ્રમાણમાપ લઈને લંબ અક્ષ પર દર્શાવવામાં આવે છે.
3. દરેક વર્ગ ઉપર વર્ગલંબાઈ જેટલી પહોળાઈ અને તેને સંગત આવૃત્તિ લંબચોરસ રચવામાં આવે છે.

   દરેક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ તેની આવૃત્તિના સમપ્રમાણમાં હોય છે. ઉદાહરણ દ્વારા આ બાબત સમજીએ.

ઉદાહરણ 24.9: વર્ગના 20 વિદ્યાર્થીઓએ એક કસોટીમાં મેળવેલા ગુણનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે. તે પરથી સ્તંભાલેખની રચના કરો.

મેળવેલા ગુણ	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	1	3	1	6	4	5

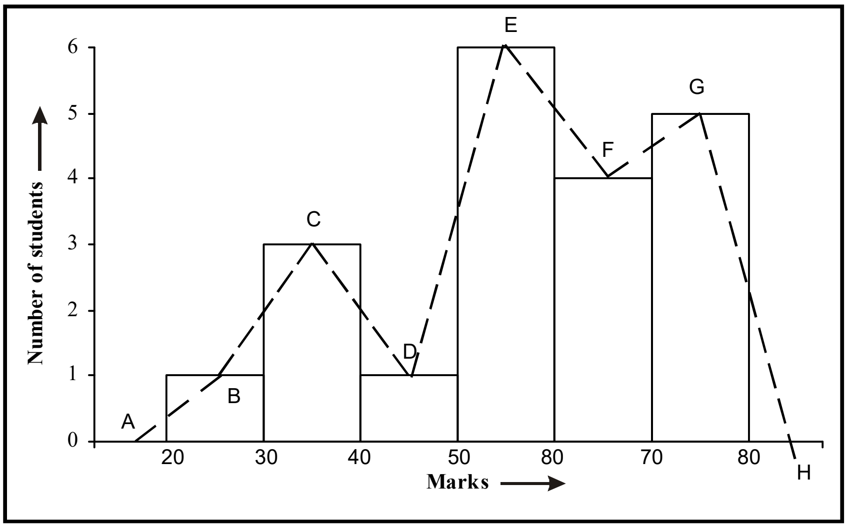
ઉકેલ : સ્તંભાલેખ દોરવા માટે આપણે નીચેના સોપાનોને અનુસરીશું.

સોપાન 1: આલેખપત્ર પર બે લંબ રેખાઓ દોરીએ. આડીને ક્ષિતિજ અક્ષ અને ઊભીને લંબઅક્ષ એવાં આપીએ. (આપણે અનુક્રમે x- અક્ષ અને y- અક્ષ તરીકે ઓળખીશું.)

સોપાન2: x- અક્ષ પર આપણે વર્ગો (ગુણ) 20-30, 30-40, ... વગેરે (વર્ગલંબાઈ 10) લઈશું. (અનૂકુળ પ્રમાણમાપ પસંદ કરવું જોઈએ)

સોપાન 3 : y- અક્ષ પર યોગ્ય પ્રમાણમાપ લઈને આવૃત્તિ (વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા) દર્શાવીશું.

સોપાન 4: આકૃતિ 24.11 માં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રત્યેક વર્ગ પર લંબચોરસ દોરીશું.



આકૃતિ 24.11

આકૃતિ 24.11 એ એક વર્ગના 20 વદ્યાર્થીઓએ કસોટીમાં મળેલા ગુણના આવૃતિ વિતરણ પરથી દોરેલો સ્તંભાલેખ છે.

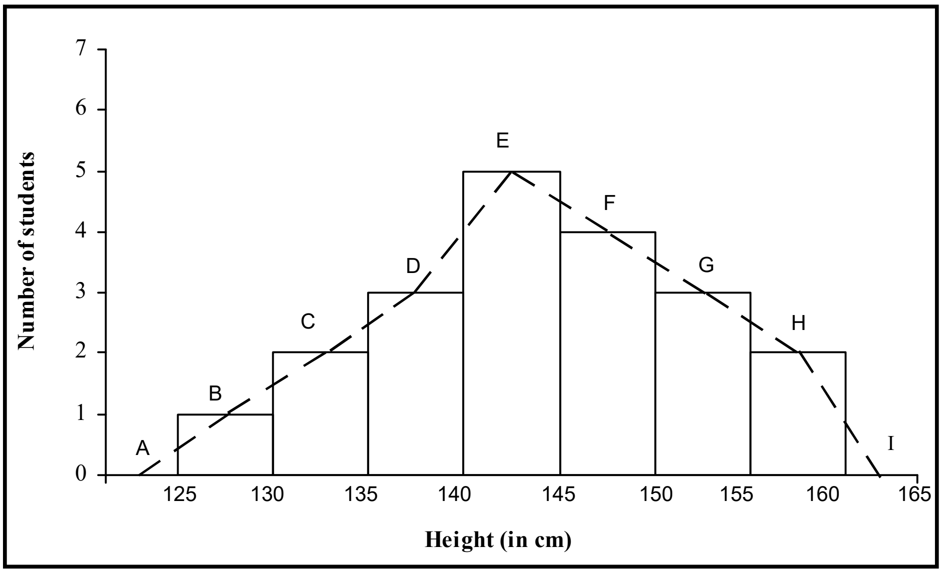
ઉદાહરણ 24.10: નીચેની માહિતી પરથી સ્તંભાલેખ રચો.

ઉંચાઈ (સેમીમાં)	૧૨૫-૧૩૦	૧૩૦-૧૩૫	૧૩૫-૧૪૦	૧૪૦-૧૪૫	૧૪૫-૧૫૦	૧૫૦-૧૫૫	૧૫૫-૧૬૦
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	1	2	3	5	4	3	2

ઉકેલ : ઉદાહરણ 24.9 માં આપેલા સોપાન મુજબ કામ કરતાં મળતો સ્તંભાલેખ નીચે મુજબ છે.

(પ્રમાણમાપ : x-અક્ષ ઉપર 1 સેમી = 25 સેમી ઉંચાઈ)

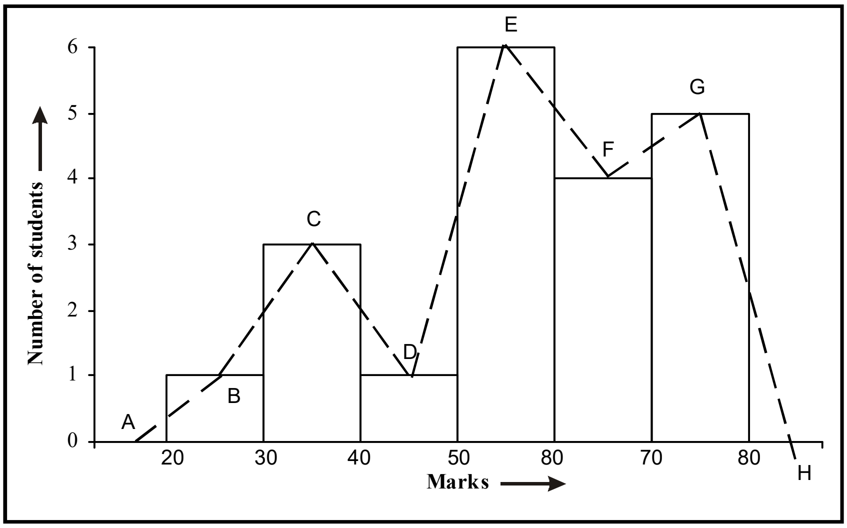
y-અક્ષ ઉપર 1 સેમી = 1 વિદ્યાર્થી



આકૃતિ 24.12

આવૃત્તિ બહુકોણ

વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણની આલેખાત્મક રજૂઆત કરવાની બીજી પણ એક રીત છે અને તેનું નામ છે. આવૃત્તિ બહુકોણ આનો અર્થ સમજવા માટે આકૃતિ 24.11 નો સ્તંભાલેખ લો.



આકૃતિ 24.13

ક્રમિક સ્તંભના મથાળાના મધ્યબિંદુઓને અનુક્રમે B, C, D, E, F અને G નામ આપો. B અને C, C અને D, D અને E, E અને F તેમજ F અને G તુટકરેખા (dottod line) થી જોડો. (આકૃતિ 24.13)

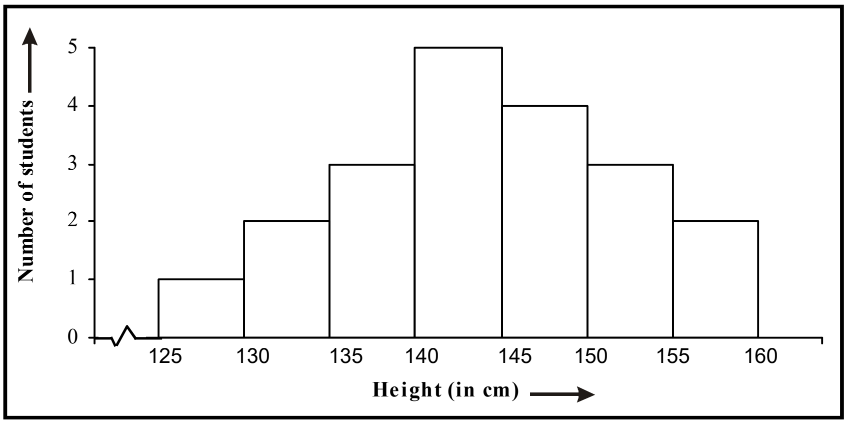
આવૃત્તિ બહુકોણ પૂરો કરવા માટે 10-20 ના વર્ગનું મધ્યબિંદુ A એક 80-90 ના વર્ગનું મધ્યબિંદુ H મેળવો. A અને B તથા G અને H તૂટક રેખાથી જોડો.

આ રીતે, A B C D E F G H એ ઉદાહરણ 24.9 નો આવૃત્તિ બહુકોણ છે.

નોંધ : પ્રારંભિક વર્ગની આગળ અને અંતિમ વર્ગની પાછળ કોઈ વર્ગ ન હોવા છતાં આપણે શૂન્ય આવૃત્તિ સાથે તેમને દાખલ કર્યા છે અને તેમનાં મધ્યબિંદુઓના ઉપયોગથી આવૃત્તિ બહુકોણ પૂરો કર્યો છે કે જેથી આવૃત્તિ બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ, સ્તંભાલેખના ક્ષેત્રફળ જેટલું થાય.

ઉદાહરણ 24.11: ઉદાહરણ 24.10 (અકૃતિ 24.12) ની માહિતી પરથી આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

ઉકેલ : ઉદાહરણ 24.10 માટેનો સ્તંભાલેખ આકૃતિ 24.12 માં દોરેલો છે. આવૃત્તિ બહુકોણ દોરવાની રીત આપણએ શીખી ગયા છીએ. એ મુજબ નીચેની આકૃતિમાં A B C D E F G H I એ આપેલી માહિતીનો આવૃત્તિ બહુકોણ છે.



આકૃતિ 24.14

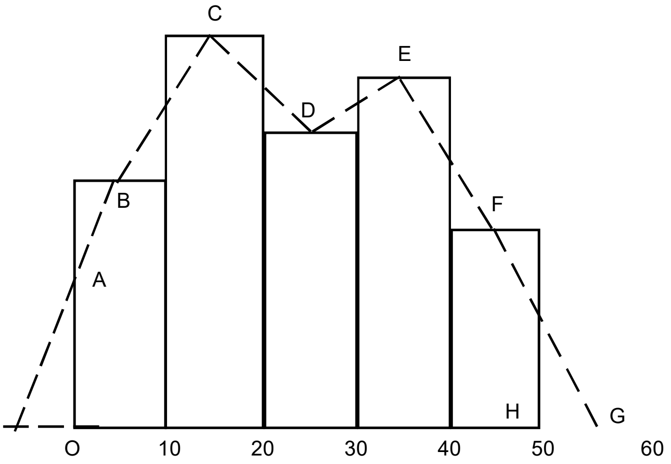
ઉદાહરણ 24.12: ધોરણ 9 ના 30 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિતની 50 ગુણની કસોટીમાંથી મેળવેલ ગુણ નીચેના કોષ્ટરમાં દર્શાવ્યા છે. આ માહિતી માટે આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

ગુણ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	5	8	6	7	4

ઉકેલ : પ્રથમ આ માહિતી માટેનો સ્તંભાલેખ દરીએ.

આકૃતિ 24.15 માં દર્શાવ્યા મુજબ બધા સ્તંભના મથાળાના મધ્યબિંદુ B,C,D,E અને F નક્કી કરો. અહીં પહેલો વર્ગ 0-10 છે તેથી તેની આગળનો વર્ગ જાણવા X- અક્ષને ડાબી તરફ ઋણ દિશામાં લંબાવવો પડશે. મેળવેલા કાલ્પનિક વર્ગનું ((-10)-0નું) મધ્યબિંદુ A મેળવો. એજ રીતે 50-60 ના વર્ગનું મધ્યબિંદુ G મેળવો. હવે A થી શરૂ કરીને બધા મધ્યબિંદુઓને ક્રમશઃ તૂટક રેખાથી જોડો. ABCDEFG એ માગેલો આવૃત્તિ બહુકોણ છે.

(પ્રમાણમાપ : x-અક્ષ ઉપર 1 સેમી = 10 ગુણ)
y-અક્ષ ઉપર 1 સેમી = 1 વિદ્યાર્થી



આકૃતિ **24.15**

નોંધ : અગાઉ આપણે A અને G બિંદુઓ કેમ મેળવ્યા ન હતા ? કારણ કે કોઈ પણ વિદ્યાર્થીએ મેળવેલા ગુણ 0 થી ઓછા હોઈ શકે નહિં અને 50 થી વધારે હોઈ શકે નહીં.

આવૃત્તિ બહુકોણ, સ્તંભાલેખ દોર્યા સિવાય સ્વતંત્ર રીતે પણ દોરી શકાય. ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ.

ઉદાહરણ 24.13: ઉદાહરણ 24.9 માટે સ્તંભાલેખ દોર્યા વગર આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

ઉકેલ : સ્તંભાલેખ દોર્યા વગર આવૃત્તિ બહુકોણ દોરવા માટે આપણે નીચેના સોપાનોને અનુસરીએ.

સોપાન 1: પરસ્પર લંબ હોય એવી બે રેખાઓ દોરો (X- અક્ષ અને Y-અક્ષ દોરો.)

સોપાન2: પ્રત્યેક વર્ગની મધ્યકિંમત શોધો.

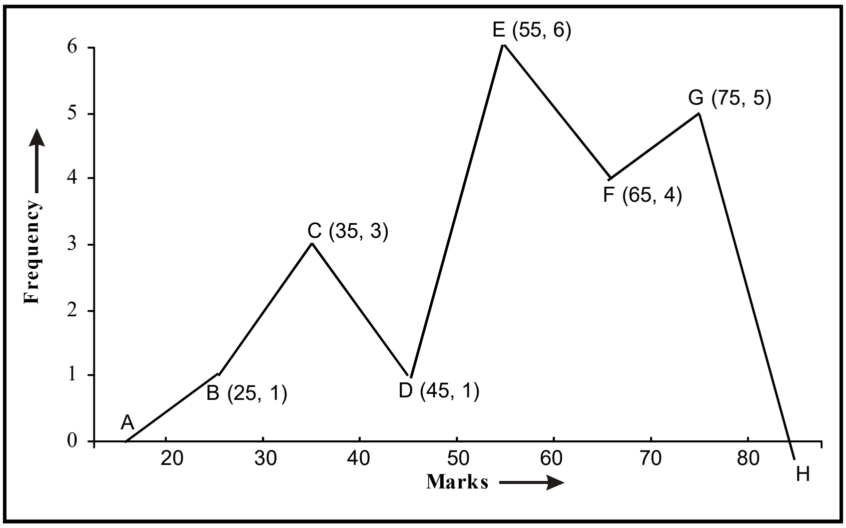
$$: \quad \frac{20+30}{2}, \frac{30+40}{2}, \frac{40+50}{2}, \frac{50+60}{2}, \frac{60+70}{2} \text{ and } \frac{70+80}{2}$$

આમ, મધ્યકિંમતો અનુક્રમે 25, 35, 45, 55, 65 અને 75 છે.

સોપાન 3: યામ સમતલમાં બિંદુઓ B (25, 1), C(35, 3), D(45, 1), E(55, 6), F(65, 4) અને G(75, 5) નું આલેખન કરો.

સાપોન 4: બિંદુઓ B, C, D, E, F અને G ને રેખાખંડોથી જોડો અને અગાઉની જેમ બિંદુઓ અને A અને H મેળવીને આવૃત્તિ બહુકોણ પૂરો કરો.

આ રીતે મળત આવૃત્તિ બહુકોણ (ABCDEFGH)નીચે મુજબ હશે.

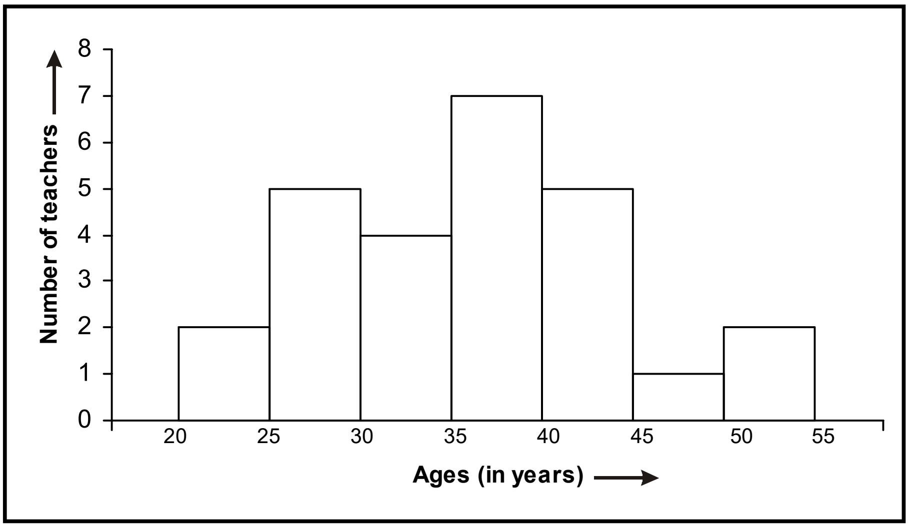


આકૃતિ 24.16

સ્તંભાલેખનું વાંચન

નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ.

ઉદાહરણ 24.14: *નીચેના સ્તંભાલેખનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.*



આકૃત્તિ . 24.17

1. *શાળાના સૌથી ઓછી ઉંમરના અને સૌથી વધુ ઉંમરના વર્ગમાં શિક્ષકોની સંખ્યા કેટલી છે ?*
2. *ઉંમના કયા વર્ગમાં શિક્ષકોની સંખ્યા સૌથી વધારે છે ?*

3. ઉંમરના કયા વર્ગમાં શિક્ષકોની સંખ્યા 4 છે ?

4. ઉંમરના કયા કયા વર્ગમાં શિક્ષકોની સંખ્યા સરખી છે. ?

ઉકેલ :

1. સૌથી ઓછી ઉંમરના અને સૌથી વધુ ઉંમરના વર્ગમાં શિક્ષકોની સંખ્યા 2 + 2 = 4 છે.

2. 35-40 વર્ષની ઉંમરના વર્ગમાં શિક્ષકોની સંખ્યા સૌથી વધારે છે.

3. 30.35 વર્ષની ઉંમરના વર્ગમાં શિક્ષકોની સંખ્યા 4 છે.

4. 20-25 અને 50-55 વય જૂથમાં બે-બે શિક્ષકો છે તેમજ 25-30 અને 40-45 વય જૂથમાં પાંચ-પાંચ શિક્ષકો છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 24.5

1. ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) સામાન્યતઃ સ્તંભાલેખમાં વર્ગાન્તર .... અક્ષ પર લેવામાં આવે છે.

(2) સામાન્યતઃ સ્તંભાલેખમાં આવૃત્તિને .... અક્ષ પર લેવામાં આવે છે.

(3) સ્તંભાલેખમાં લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ તેને સંગત વર્ગની .... ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

(4) સ્તંભાલેખ એ .... ની આલેખાત્મક રજૂઆત છે.

2. 26 મજૂરોની દૈનિક દાડી (પગાર) નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવી છે. તે પરથી સ્તંભાલેખની રચના કરો.

રોજી (રૂપિયામાં)	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
મજૂરોની સંખ્યા	4	8	5	6	3

3. ઉપરના પ્રશ્ન 2 ની માહિતી માટેનો આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

   1. સ્તંભાલેખ દોરીને

   2. સ્તંભાલેખ દોર્યા વગર

4. નીચે આપેલા સ્તંભલેખનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

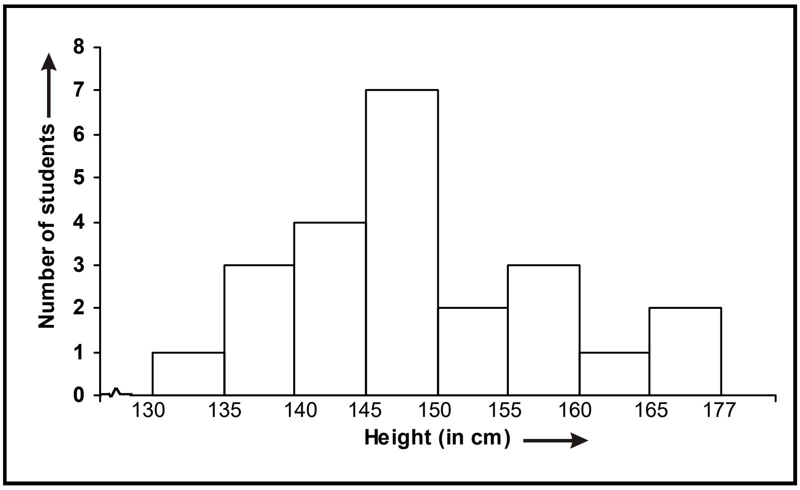
1. આપેલ સ્તંભાલેખ કઈ માહિતી દર્શાવે છે ?

2. ઉંચાઈના કયા વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સૌથી વધુ છે ?

3. 145 સેમી અને તેથી વધુ ઉંચાઈ ધરાવતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા કેટલી છે ?

4. 140 સેમીથી ઓછી ઉંચાઈ કેટલા વિદ્યાર્થીઓની છે ?

5. 140 સેમી કે તેથી વધુ પણ 155 સેમીથી ઓછી ઉંચાઈવાળા કેટલા વિદ્યાર્થીઓ છે ?



આકૃતિ. 24.18

સારાંશ

- આંકડાશાસ્ત્રએ ગણિતશાસ્ત્રની એવી શાખા છે કે જે માહિતી એકઠી કરે છે, તેનું વર્ગીકરણ કરે છે, તેનું પૃથક્કરણ (વિશ્લેષણ) કરે છે અને પરિણામ તારવે છે.
- આંકડાશાસ્ત્ર, 'એક વચન' અને 'બહુવચન' એવા બંને અર્થમાં વપરાય છે.
- સંશોધક પોતાની યોજના મુજબ પોતાની જાતે માહિતી મેળવે, તે માહિતીને **પ્રાથમિક માહિતી** કહે છે.
- સંશોધક પોતે માહિતી લેવા ન જાય પણ પ્રકાશિત થયેલા અહેવાલોમાંથી કે અન્ય સ્રોતોમાંથી માહિતી મેળવે (બીજાએ મેળવેલી માહિતી પાસે વાપરે) ત્યારે તેવી માહિતીને **ગૌણ માહિતી** કહે છે.
- ચડતા કે ઉતરતા ક્રમમાં ગોઠવેલી કાચી (મૂળ) માહિતીને **વ્યવસ્થિત માહિતી** કહે છે.
- જ્યારે વ્યવસ્થિ માહિતીને આવૃત્તિ સાથે ગોઠવવામાં આવે ત્યારે તેને **'અવર્ગીકૃત આવૃત્તિ કોષ્ટક'** કે **'અવર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક'** કહે છે.
- જ્યારે માહિતી જૂથ (કે વર્ગ) માં વિભાજીત કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેને **વર્ગીકૃત માહિતી** કહે છે.
- માહિતીના સોથી મોટા અને સૌથી નાના અવલોકન વચ્ચેના તફાવતને માહિતી **વિસ્તાર** કહે છે.
- માહિતીનો વિસ્તાર જોઈને તથા વર્ગોની વર્ગલંબાઈ નક્કી કરીને વર્ગોની સંખ્યા નક્કી કરવામા આવે છે.
- 10-15 ના વર્ગમાં 10 ને વર્ગની અધ:સીમા અને 15 ને વર્ગની **ઉર્ધ્વસીમા** કહે છે.
- જે-તે વર્ગના અવલોકનોની સંખ્યાને તે વર્ગની આવૃત્તિ કહે છે અને વર્ગ સાથે આવૃત્તિની ગોઠવણીવાળી યાદીને **આવૃત્તિ કોષ્ટક** કહે છે.

- કેટલીક વાર વર્ગને સતત વર્ગમાં ફેરવવાની જરૂર પડે છે, ત્યારે તેની સીમાઓને વાસ્તવિક વર્ગસીમાં કહેવામાં આવે છે.
- વર્ગોની આવૃત્તિઓને ક્રમશઃ આવતા વર્ગની આવૃત્તિમાં ઉમેરતા જવાથી મળતા આવૃત્તિ વિતરણને **સંચયી આવૃત્તિ કોષ્ટ** કહે છે.
- સંખ્યાત્મક માહિતીની રજૂાત લંબાલેખ દ્વારા કરવામાં આવે છે, ત્યારે બધા લંબચોરસ સ્તંભ ક્ષૈતિજ અક્ષ પર અથવા લંબ-અક્ષ પર દર્શાવવામાં આવે છે. વળી બધા લંબચોરસ સ્તંભની પહોળાઈ એક સરખી રાખવામા આવે છે અને બે સ્તંભ વચ્ચેનું અંતર પણ સરખું રાખવામાં આવે છે.
- સતત વર્ગોમાં દર્શાવેલી વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણની આલેખાત્મક રજૂઆત સ્તંભાલેખ દ્વારા કરવામા આવે છે. સ્તંભાલેખમાં લંબચોરસ સ્તંભનું ક્ષેત્રફળ તેમને સંગત આવૃત્તિ સમપ્રમાણમાં હોય છે.
- આવૃત્તિ બહુકોણની રચનામાં બધા સ્તંભના મથાળાના મધ્યબિંદુઓને ક્રમશઃ જોડવામાં આવે છે. ઉપરાંત, પહેલા મધ્યબિંદુએ શૂન્ય આવૃત્તિવાળા પુરોગામી (શરૂઆતથી પહેલાનો) વર્ગના મધ્યબિંદુ સાથે અને સૌથી છેલ્લા માધ્યબિંદુ સાથે જોડીને આવૃત્તિ બહુકોણ પૂરો કરવામાં આવે છે.
- પ્રત્યેક વર્ગની મધ્યકિંમત સાથે સંબંધિત આવૃત્તિને સાંકળીને પણ સ્વતંત્ર રીતે આવૃત્તિ બહુકોણ રચી શકાય છે. અહીં પણ પુરોગામી વર્ગની મધ્યકિંમત અને અનુગામી વર્ગની મધ્યકિંમત સાથે શૂન્ય આવૃત્તિ લઈને તેનું નિરૂપણ કરવાનું હોય છે.

સત્રાંત સ્વાધ્યાય

1. નીચેના વિધાનો સાચા બને એ રીતે આપેલી ખાલી જગ્યામાં શબ્દ કે શબ્દસમૂહ મૂકી પૂરુ કરો.

(1) જ્યારે માહિતીનું વર્ગીકરણને સરખી વર્ગલંબાઈવાળા વર્ગોમાં આવૃત્તિ સાથે દર્શાવવામાં આવે ત્યારે તેને .... માહિતી અને કોષ્ટકને .... કોષ્ટક કહે છે.

(2) જ્યારે વર્ગસીમાઓ સતત ચલ સ્વરૂપે ગોઠવવામાં આવે ત્યારે વર્ગસીમાઓને ...... એવું નામ આપવામાં આવે છે.

(3) જે-તે વર્ગમાં દર્શાવેલા તેના અવલોકનોની સંખ્યાને .... કહે છે.

(4) વર્ગની વાસ્તવિક ઉર્ધ્વ સીમા અને વાસ્તવિક અધઃસીમા વચ્ચેના તફાવતને .... કહે છે.

(5) વર્ગની આવૃત્તિ સહિત તેની ઉપરના (અગાઉના) તમામ વર્ગોની આવૃત્તિઓના સરવાળાને તે વર્ગની .... કહે છે.

(6) વર્ગલંબાઈ = ... અને .... વચ્ચેનો તફાવત

(7) જ્યારે માહિતીને ચડતા કે ઉતરતા ક્રમમાં ગોઠવવામાં આવે છે, ત્યાપે તેને .... માહિતી કહેવાય છે.

(8) સૌથી નાના અવલોકન અને સૌથી નાના અવલોકન વચ્ચેના તફાવતને .... કહે છે.

2. 30 કુટુંબોમાં પરાત ટી.વી. સેટની સંખ્યા નીચે મુજબ છે. તે પરથી આવૃત્તિ કોષ્ટક કરો.

1, 2, 2, 4, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 1, 3

1, 2, 2, 1, 2, 0, 3, 3, 1, 2, 1, ,1 0, 1, 1

3. 50 કુટુંબોમાં વપરાતા વાહનોની સંખ્યાની મોજણી કરતાં નીચે મુજબ માહિતી મળી. તેને માટેનું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક-તૈયાર કરો.

   2, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 1,

   2, 2, 1, 1, 3, 1, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 4, 1

   3, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 3, 2, 1, 2

4. 40 દિવાળી કાર્ડના વજન (ગ્રામમાં) નીચે મુજબ માલૂમ પડ્યા

10.4	6.3	8.7	7.3	8.8	9.1	6.7	11.1	14.0	12.2
11.3	9.4	8.6	7.1	8.4	10.0	9.1	8.8	10.3	10.2
7.3	8.6	9.7	10.9	13.6	9.8	8.9	9.2	10.8	9.4
6.2	8.8	9.4	9.9	10.1	11.4	11.8	11.2	10.1	8.3

   આ માહિતી માટેનું વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો જેમાં 5.5, 7.5, 5-9.5 વગેરે વર્ગ હોય છે.

5. 30 ગાજરની લંબાઈ (પૂર્ણાંક સેમીમાં) નીચે મુજબ છે.

15	21	20	10	18	18	16	18	20	20
18	16	13	15	15	16	13	14	14	16
12	15	17	12	14	15	13	11	14	17

   ઉપરની માહિતી માટે સરખી વર્ગલંબાઈવાળું આવૃત્તિ વિતરણ રચો. જેનો એક વર્ગ 10-12 (12 સામેલ નથી) હોય.

6. 40 પુરુષોનું વજન (કિલોગ્રામમાં) દર્શાવતું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે.

વજન (કિગ્રામાં)	પુરુષોની સંખ્યા
40-45	4
45-50	5
50-55	10
55-60	7
60-65	6
65-70	8
કુલ	**40**

(1) દરેક વર્ગની મધ્યકિંત જણાવો.

(2) સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

7. નીચે દરેક વર્ગની મધ્યકિંમત અને તેને સંલગ્ન આવૃત્તિનું કોષ્ટક આપેલું છે. તે પરથી મૂળ આવૃત્તિ વિતરણ મેળવે અને સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો.

વર્ગની મધ્યકિંમત	5	15	25	35	45	55	65	75
આવૃત્તિ	2	6	10	15	12	8	5	2

8.

વર્ગ	આવૃત્તિ
15-20	2
20-25	3
25-30	5
30-35	7
35-40	4
40-45	3
45-50	1
કુલ	**25**

ઉપર આપેલા આવૃત્તિ વિતરણનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(1) 15-20 વર્ગની અધઃસીમા લખો.

(2) 25-30 ની વર્ગ સીમાઓ લખો.

(3) 35-40 ની મધ્યકિંમત શોધો.

(4) વર્ગલંબાઈ જણાવો

(5) સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

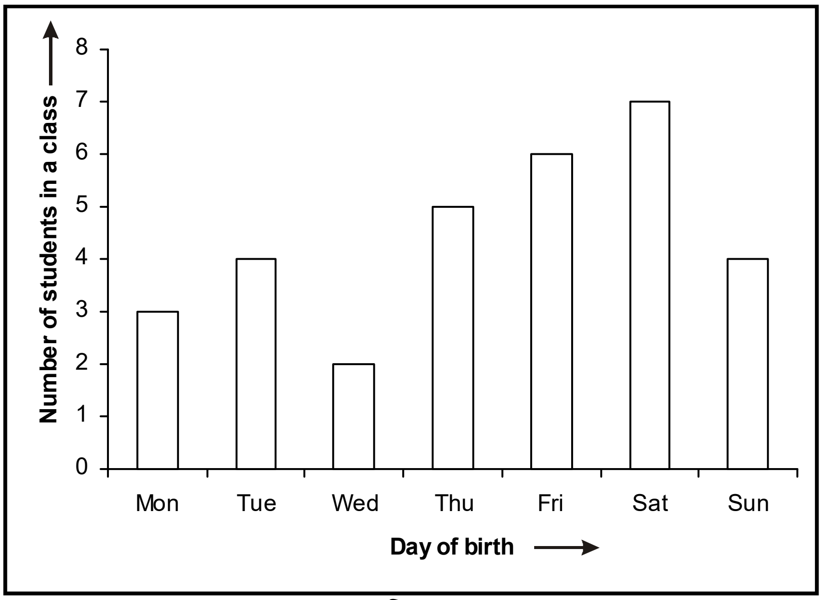
9. અહીં 50 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ આપ્યું છે, તે પરથી મૂળ આવૃત્તિ તિરણ તૈયાર કરો.

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
20 થી નીચે	15
40 થી નીચે	24
60 થી નીચે	29
80 થી નીચે	34
100 થી નીચે	50

10. એક દુકાનદારનો અઠવાડી

દિવસ	સોમવાર	મંગળવાર	બુધવાર	ગુરવાર	શુક્રવાર	શનિવાર
વકરો(રૂપિયામાં)	16000	18000	17500	9000	85000	16500

11. નીચેના લંબાલેખનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.



આકૃતિ 24.19

1. લંબાલેખ કઈ માહિતી દર્શાવે છે ?
2. કયા વારે સૌથી વધુ વિદ્યાર્થીઓ જનમ્યા ?
3. મંગળવાર કરતાં ગુરુવારે કેટલા વધુ વિદ્યાર્થીઓ જન્મ્યા ?
4. વર્ગમાં કુલ કેટલા વિદ્યાર્થીઓ છે ?

12. 50 હરિફોએ શબ્દ કસોટી પૂરી કરવાની હરિફાઈમાં લીધેલો સમય (મિનિટમાં) નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવ્યા છે.

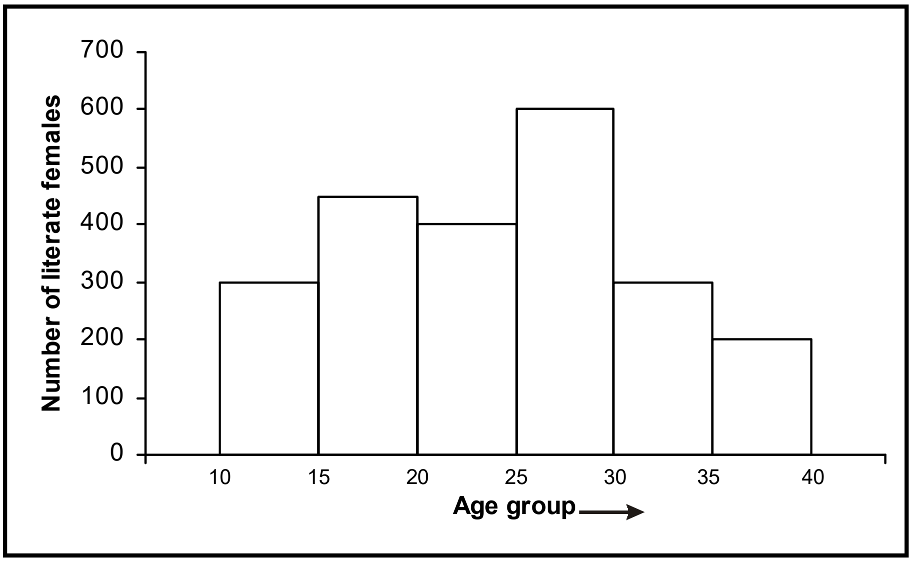
સમય (મિનિટમાં)	હરિફોની સંખ્યા
20-25	8
25-30	10
30-35	9
35-40	12
40-45	6
45-50	5

1. આપેલી માહિતી પરથી સ્તંભાલેખ દોરો.

2. આવૃત્તિ બહુકોણ પણ દોરો.

13. પ્રશ્ન 12 માં આપેલી માહિતી પરથી સ્તંભાલેખ દોર્યા વગર આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

14. એક શહેરમાં 10 થી 40 વર્ષની વય જૂથમાં શિક્ષિત મહિલાઓની સંખ્યા દર્શાવવતો સ્તંભાલેખ નીચે આપ્યો છે.



આકૃતિ 24.20

ઉપરના સ્તંભાલેખોનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. 10-40 વર્ષની વય જૂથમાં શિક્ષિત મહિલાઓની કુલ સંખ્યા કેટલી છે ?

2. વય જૂથના કયા વર્ગમાં શિક્ષિત મહિલઓની સંખ્યા સૈથી વધુ છે ?

3. વયજૂથ કયા બે વર્ગોમાં શિક્ષિત મહિલાઓની સંખ્યા સરખી છે ?

4. નીચેનું વિધાન ખરું છે કે ખોટું ?

   વય જૂથ 25-30 માં શિક્ષિત મહિલાઓની સંખ્યા, 20-25 અને 35-40 વય જૂથમાં શિક્ષિત મહિલાઓની સંખ્યાના સરવાળા જેટલી છે.

   સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

15. વર્ગો 90-120 અને 120-150 ની મધ્યકિંમતોનો સરવાળો કેટલો થાય ?

    (A) 210 (B) 220 (C) 240 (D) 270

16. માહિતીના અવલોકનો 28, 17, 20, 16, 19, 12, 30, 32 અને 10 છે. તેનો વિસ્તર જણાવો.

    (A) 22 (B) 28 (C) 30 (D) 32

17. આવૃત્તિ વિતરણના એક વર્ગની મધ્યકિંમત 12 છે અને વર્ગલંબાઈ 6 છે. આ વર્ગની અધઃસમા જણાવો.

(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 18

18. સતત આવૃત્તિ વિતરણના પાંચ વર્ગોમાં સૌથી નાના વર્ગની અધઃસીમા 10 છે. જો વર્ગલંબાઈ 5 હોય, તો મોટા વર્ગની ઉર્ધ્વસીમા શોધો.

(A) 15 (B) 20 (C) 30 (D) 35

19. એક સતત આવૃત્તિ વિતરણના વર્ગોની મધ્યકિંમતો અનુક્રમે 10, 15, 20, ...છે. 15 મધ્યકિંમત ધરાવતો વર્ગ જણાવો.

(A) 11.5-18.5 (B) 17.5-22.5

(C) 12.5-17.5 (D) 13.5-16.5

20. સતત આવૃત્તિ વિતરણ પરથી સીધો જ આવૃત્તિ બહુકોણ દોરવા માટે એવાં બિંદુઓનું આલેખન કરવામાં આવે છે જેનો ક્ષૈતિજયાન (X-યામ) .... અને લંબયામ (Y-યામ) તેને સંગત આવૃત્તિ હોય છે.

(A) વર્ગનું મધ્યબિંદુ (B) વર્ગની અધઃસીમા

(C) વર્ગની ઉર્ધ્વસીમા (D) આગળના વર્ગની ઉર્ધ્વસીમા

તમારી પ્રગતિ ચકાસોના જવાબો.

24.1

1. (a) વર્ગીકરણ, વ્યવસ્થિત, તારવણી (b) સંખ્યાત્મક (આંકડાકીય) માહિતી

(c) પ્રાથમિક (d) ગૌણ (e) સંખ્યાત્મક માહિતી

2. પ્રાથમિક 3. ગૌણ

24.2

2. 21 સેમી

4

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
0-10	1
10-19	2
20-29	1
30-39	2
40-49	5

5.

વર્ગાન્તર	આવૃત્તિ
210-230	2
230-250	5
250-270	2
270-290	2
290-310	4

50-59	6	310-330	6
60-69	6	330-350	2
70-79	4	350-370	2
80-89	2	370-390	0
90-99	1	390-410	3
કુલ	30	કુલ	25

49 ગુણથી વધુ ગુણ મેળવનારા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા 19 છે.

6. (1) 6 (2) 43 (3) 49

24.3

1. (1)

વર્ગ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
1-5	4	4
6-10	6	10
11-15	10	20
16-20	13	33
21-25	6	39
26-30	2	41
કુલ	41	

(2)

વર્ગ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
0-10	3	3
10-20	10	13
20-30	24	37
30-40	32	69
40-50	9	78
50-60	7	85
કુલ	85	

(2)

ઊંચાઈ (સેમી)	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	સંચયી આવૃત્તિ
110-120	14	14
120-130	30	44

13-140	60	104
140-150	42	146
150-160	14	160
કુલ	160	

140 વિદ્યાર્થીઓની ઉંચાઈ 150 સેમીથી ઓછી છે.

24.4

1. (અ) સ્તંભો (2)સરખી (ક) સમપ્રમાણમાં
2. (અ) 2 (બ) 6 (ક) બસ
3. (અ) 6 (બ) ફૂટબોલ (ક) ટેબલટેનિસ
4. (અ) 5900 (બ) 2007 (ક) 2003 (ડ) 2008

24.5

1. (અ) ક્ષૈતિજ અક્ષ (બ) લંબ અક્ષ (ક) આવૃત્તિ (ડ) વર્ગીકૃત સતત આવૃત્તિ વિતરણ
2. (અ) વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ (સેમીમાં) (બ) 145-150 (ક) 15 (ડ) 4 (ઈ) 13

સત્રાંત સ્વાધ્યાયના જવાબો :

1. (અ) વર્ગીકૃત ; આવૃત્તિ કોષ્ટક (બ) વાસ્તવિક સીમા
   (ક) વર્ગલંબાઈ (ડ) સંચયી આવૃત્તિ
   (ઈ) ઉર્ધ્વ સીમા, અર્ધસીમા (ઈ) વ્યવસ્થિત
   (એફ) વિસ્તાર

2.

ટીવી સેન્ટરની સંખ્યા	કુટુંબોની સંખ્યા
0	2
1	15
2	8
3	4
4	1
કુલ	30

3.

વાહનોની સંખ્યા	કુટુંબોની સંખ્યા
0	2
1	27
2	16
3	4
4	1
કુલ	50

4.

વજન (ગ્રામમાં)	દિવાળી કાર્ડની સંખ્યા
5.5-7.5	6
7.5-9.5	15
9.5-11.5	15
11.5-13.5	2
13.5-15.5	2
કુલ	40

5.

લંબાઈ (સેમીમાં)	ગાજરની સંખ્યા
10-12	2
12-14	5
14-16	9
16-18	6
18-20	4
20-22	4
કુલ	30

6. (અ) 42.5, 47.5. 52.5. 57.5 62.5. 67.5

(બ)

વજન (કિગ્રામાં)	પુરુષોની સંખ્યા	સંચયી આવૃત્તિ
40-45	4	4
45-50	5	9
50-55	10	19
55-60	7	26
60-65	6	32
65-70	8	40
કુલ	40	

7.

વર્ગાન્તર	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
0-10	2	2
10-20	6	8
20-30	10	18
30-40	15	33
40-50	12	45
50-60	8	53
60-70	5	58
70-80	2	60
કુલ	60	

8. (અ) 15 (બ) અધઃ સીમા 25, ઉર્ધ્વસીમા : 30

(ક) 37.5 (ડ) 5

(ઈ)

વર્ગ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
15-20	2	2
20-25	3	5
25-30	5	10
30-35	7	17
35-40	4	21
40-45	3	24
45-50	1	25
કુલ	25	

9.

ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા (આવૃત્તિ)
0-20	15
20-40	9
40-60	5
60-80	5
80-100	16
કુલ	50

10. (1) વર્ગના વિદ્યાર્થીઓનો જન્મદિવસ

(2) શનિવાર

(3) 1

(4) 31

11. (1) 2250 (2) 25-30

(3) 10-15 અને 30-35 (4) ખરું

12. (C) 13. (A) 14. (B) 15. (D) 16. (C) 17. (A)