7

સમાંતર શ્રેણીઓ

તમે તમારા રોજિંદા જીવનમાં નિરીક્ષણ કર્યું હશે (જોયુ હશે) કે કુદરતમાં ફુલોની પાંખડીઓ, મધપૂડાના કાણા, અનાનસ ઉપરના વલયકાર આકા વગેરે ઘણી બધી વસ્તુઓ એક પ્રકારની તરાહને અનુસરે છે. આ પ્રકરણાં તમે સંખ્યાઓની એક વિશિષ્ટ પ્રકારની તરાહ જે એ સમાંતર શ્રેણી કહેવાય છે તેની વિશે શિખશો. વળી તમે સમાંતર શ્રેણીય સિવાય પણ શીખો.

હેતુઓ

આ પ્રકરણનો અભ્યાસ કર્યા પછી તમે......

- *આપેલ સંખ્યાઓની યાદીમાંથી સમાંતર શ્રેણીને ઓળખી શકશો.*
- *સમાંતર શ્રેણીનું સામાન્ય પદ નક્કી કરી શકશો.*
- *સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ --- પદોનો સરવાળો કરી શકશો.*

પૂર્વજ્ઞાન

- *સંખ્યાઓની રચનાનું જ્ઞાન*
- *સંખ્યા રચના પરથી ક્રિયાઓ*

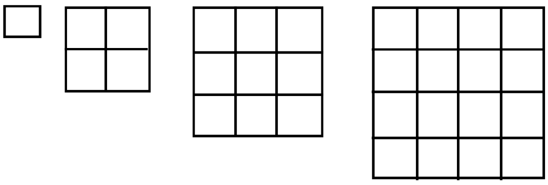
7.1 સંખ્યાની કેટલીક તરાહો :

ચાલો આપણે કેટલાંક ઉદાહરણો જોઈએ.

(1) *રીટા 10 % ના સાદા વ્યાજે રૂા.1000 બેંકમાં મૂકે છે. એક વર્ષ, બેવર્ષ, ત્રણ વર્ષ અને ચાર વર્ષ પછી તેની રકમ અનુક્રમે 1100,1200,1300 અને 1400 રૂપિયા થશે.*

તમે કોઈ તરાહનું નિરીક્ષણ કર્યું ? તમે જોઈ શકશો કે રકમમાં દર વર્ષે રૂા. 100 ની ચોક્કસ રકમનો વધારો થાય છે.

(2) 1,2,3,4,.... *ચોરસ એકમોની સંખ્યા અનુક્રમે* 1,4,9,16 *છે* 1,4,6,16....



આ સંખ્યાઓની યાદીમાં તમને કોઈ તરાહ દેખાય છે ?

તમે જોઈ શકો છો કે,

$1 = 1^2, 4 = 2^2, 9 = 3^2, 16 = 4^2, ...$

એટલે કે આ પ્રાકૃત્તિક સંખ્યાઓના વર્ગ છે.

હવે સંખ્યાઓની કેટલીક વધુ યાદીઓ વિશે વિચારીએ અને શક્ય હોય તો તેમની તરાહને સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

1, 3, 5, 7, 9 ..... (1)

2, 4, 6, 8, 10 ... (2)

1, 4, 7, 10, 13 .... (3)

5, 3, 1, −1, −3... (4)

1, 3, 9, 27, 81, ... (5)

2, 3, 5, 7, 11, 13... (6)

તમે જોઈ શકો છો કે યાદી (1) માં પ્રાકૃત્તિક એકી સંખ્યાઓ છે. પ્રથમ સંખ્યા 1 છે. બીજી સંખ્યા 3 છે. ત્રીજી સંખ્યા 5 છે. એટલે કે આ બધી સંખ્યાઓ એક તરાહને અનુસરે છે. તરાહ એ છે કે પ્રથમ સંખ્યા સિવાય આ બધી સંખ્યાઓ પોતાની સરાહની પુરોગામી (અગાઉની) સંખ્યમાં ઉમેરવાથી મેળવી શકાય છે.

યાદી (2), (3) અને (4) માં પ્રથમ સંખ્યા સિવાય દરેક સંખ્યા પોતાની તરતની (પુરોગામી) સંખ્યામાં અનુક્રમે 2,3, અને -2 ઉમેરવાથી મેળવી શકાય છે. યાદી (તરતની) આગળની સંખ્યાને ત્રણ વડે ગુણતાં મેળવી શકાય છે. યાદી (6) માં તમે જોઈ શકશો કે તે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની યાદી છે. તેના પછીની અવિભાજ્ય સંખ્યા મેળવી આપે એવો કોઈ નિયમ બનાવવાનું આજ સુધી શક્ય બન્યુ નથી.

યાદીમાંથી સંખ્યાઓને સામાન્ય રીતે

$a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$

$t_1, t_2, t_3, ..., t_n, ...$

સંખ્યાઓની યાદીમાં જેમને અનુક્રમે પ્રથમ, દ્વિતિય, તૃતિય અને --- પદ કહેવાય છે.

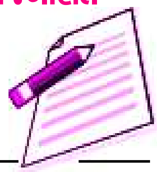
આપણે ઘણીવાર આ દરેક યાદીને શ્રેણી ક્રમ અથવા સંખ્યાઓની તરાહ કહીએ છીએ.

7.2 સમાંતર શ્રેણી

તમે જુદા જુદા પ્રકારની તરાહો જોઈ છે તરાહમાં પોતાના પછીનું પદ નક્કી કરવા માટે કેટલીક તરાહો સ્પષ્ટ ગાણિતિક નિયમોને અનુસરે છે. હવે તમે સંખ્યાઓની તરાહમાં એક ચોક્કસ પ્રકારની તરાહ વિશે શીખશો. નીચેના તરાહોને યાદ કરો.

1, 3, 5, 7, 9, ... (1)

2, 4, 6, 8, 10, ... (2)



નોંધ

$1, 4, 7, 10, 13, \ldots$ (3)

તમે જોયું હશે કે (1) અને (2) માં પ્રથમ પદને બાદ કરતાં દરેક પદ તેના અગાઉના પદમાં 2 ઉમેરવાથી મેળવાય છે. (મળે છે.) (3) માં પ્રથમ પદને બાદ કરતાં દરેક પદ તેના અગાઉના પદમાં 3 ઉમેરવાથી મળે છે. સંખ્યાની તરાહોમાં આપેલી સંખ્યાઓ તેના પદો કહેવાયછે. અગાઉ દર્શાવ્યા મુજબ આ પદો સામાન્ય રીતે.

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$

or $t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n, \ldots$ થી દર્શાવાય છે.

પછીનું પદ સરાહમાં પોતાનું સ્થાન દર્શાવે છે. આ પ્રમાણે a_n અથના t_n તરાહનું n મું પદ દર્શાવે છે.

એક ચોક્કસ પ્રકારની તરાહ કે જેમાં પ્રથમ પદ સિવાયનું દરેક પદ પોતાના અગાઉના પદમાં અચળ સંખ્યા (ધન કે ઋણ) ઉમેરવાથી મેળવી શકાય છે. તેને સમાંતર શ્રેણી કહે છે. સામાન્ય રીતે પ્રથમ પદ 'a' વડે દર્શાવાય છે અને સામાન્ય તફાવત 'd' વડે દર્શાવાય છે. આ પ્રમાણે સમાંતરક શ્રેણીનું પ્રમાણિત સ્વરૂપ છે.

$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots$ હશે.

ઉદાહરણ 7.1: નીચેની સંખ્યાઓની યાદીમાંથી સમાંતર શ્રેણી શોધી કાઢો. સમાંતર શ્રેણીમાં અનુક્રમે પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત શોધી કાઢો.

(1) $2, 7, 12, 17, 22, \ldots$

(2) $4, 0, -4, -8, -12 \ldots$

(3) $3, 7, 12, 18, 25 \ldots$

(4) $2, 6, 18, 54, 162 \ldots$

ઉકેલ:

(1) આ સમાંતર શ્રેણી છે

જ્યારે $7 - 2 = 5,\ 12 - 7 = 5,\ 17 - 12 = 5$ અને $22 - 17 = 5$

આ પ્રમાણે પ્રથમ પદને બાદ કરતાં દરેક પદ પોતાના તુરંત અગાઉના પદમાં 5 ઉમેરવાથઈ મળે છે. તેથી પ્રથમ પદ $a = 2$ એ સામાન્ય તફાવત $d = 5$.

(2) આપણે જોઈએ છીએ કે

$0 - 4 = -4,\ -4 - 0 = -4,\ -8 - (-4) = -4,\ -12 - (-8) = -4$ તેથી તે સમાંતર શ્રેણી છે.

આમ, પ્રથમ પદ $a = 4$

અને સામાન્ય તફાવત $d = -4$.

(3) 3, 7, 12, 18, 25, યાદીમાં જોઈ શકો છે કે 7 − 3 = 4, 12 − 7 = 5, 18 − 12 = 6, 25 − 18 = 7 આ પ્રમાણે બે ક્રમિક પદોનો તફાવત એક સરખો નથી તેથી તે સમાંતર શ્રેણી નથી.

(4) 2, 6, 18, 54, 162, સંખ્યાઓની યાદીમાં

6 − 2 = 4, 18 − 6 = 12

તેથી બે ક્રમિક પદોનો તફાવત એક સરખો નથી.

તેથી તે સમાંતર શ્રેણી નથી.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 7.1

નીચેનામાંથી કઈ સમાંતર શ્રેણી છે જો તેઓ સમાંતર શ્રેણી હોય, તો તેમનું પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત શોધો.

1. −5, −1, 3, 7, 11, ...
2. 6, 7, 8, 9, 10, ...
3. 1, 4, 6, 7, 6, 4, ...
4. −6, −3, 0, 3, 6, 9, ...

7.3 સમાંતર શ્રેણીનું સામાન્ય પદ (Nમું પદ)

ચાલો આપણે સમાંતરશ્રેણી કે જેનું પ્રથમ પદ a હોય અને સામાન્ય તફાવત a હોય તે વિશે વિચારીએ. ચાલો આપણે સમાંતર શ્રેણીના પદોને t_1, t_2, t_3,.....,t_n, વડે દર્શાવીએ જેમાં t_n એ સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ દર્શાવે છે. જ્યારે પ્રથમ પદ a છે. અને બીજુ પદ AP સામાન્ય તફાવત, a + d ઉમેરીને મેળવી શકાય છે. એટલે કે a + d ત્રીજુ પદ a + d માં d ઉમેરી મેળવી શકાશે તેથી ત્રીજુ પદ (a + d) + d = a + 2d થશે. અને આગળ આ સાથે.

પ્રથમ પદ, $t_1 = a = a + (1 - 1)d$

બીજુ પદ, $t_2 = a + d = a + (2 - 1)d$

ત્રીજુ પદ, $t_3 = a + 2d = a + (3 - 1)d$

ચોથુ પદ, $t_4 = a + 3d = a + (4 - 1)d$

તમે કોઈ તરાહ જોઈ શકો છો. આપણે (જોઈ શકીએ છીએ કે) દરેક પદ a + (પદોનો ક્રમ -1) d તો કહો કે 10 મું પદ શું હશે ?

$t_{10} = a + (10 - 1)d = a + 9d$

તમે કહી શકો કે n મું પદ અથવા સામાન્ય પદ શું હશે ?”

સ્પષ્ટ છે કે $t_n = a + (n - 1)d$

ઉદાહરણ 7.2: *સમાંતર શ્રેણી* 16, 11, 6, 1, −4, −9, *નું* 15 *નું* n *નું પદ શોધો ?*

ઉકેલ: *અહીં* $a = 16$ *અને* $d = 11 - 16 = -5$

આમ, $t_{15} = a + (15 - 1)d = a + 14d$

$= 16 + 14(-5) = 16 - 70$

$= -54$

તેથી 15 *મું પદ એટલે કે,* $t_{15} = -54$

હવે, $t_n = a + (n - 1)d$

$= 16 + (n - 1) \times (-5) = 16 - 5n + 5$

$= 21 - 5n$

ઉદાહરણ 7.3: *સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ*-3 *અને* 12 *મું પદ* 41 *છે તો સામાન્ય તફાવત નક્કી કરો.*

ઉકેલ: *ધારો કે પ્રથમ પર* a *અનેસામાન્ય તફાવત* d *છે.*

$t_{12} = a + (12 - 1)d = 41$

or $\quad -3 + 11d = 41 \quad [a = -3]$

or $\quad 11d = 44$

or $\quad d = 4$

તેથી સામાન્ય તફાવત 4 *છે.*

ઉદાહરણ 7.4: *સમાંતર શ્રેણીનો સામાન્ય તફાવત* 5 *છે અને* 10 *મું પદ* 43 *છે. તો પ્રથમ પદ શોધો.*

ઉકેલ: *આપણી પાસે :*

$t_{10} = a + (10 - 1)\, d$

$43 = a + 9 \times 5 \quad [d = 5]$

$43 = a + 45$

$a = -2$

તેથી પ્રથમ પદ -2 *છે.*

ઉદાહરણ 7.5: *સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ*-2 *અને* 11 *મું પદ* 18 *છે તો તેનું* 15 *મું પદ શોધો.*

ઉકેલ: 15 *મું પદ શોધવા માટે તમારે* d *ની જરૂર પડશે.*

હવે, $t_{11} = a + (11 - 1)d$

$18 = -2 + 10d$

$10d = 20$

$d = 2$

$t_{15} = a + 14d$

$= -2 + 14 \times 2 = 26$

$t_{15} = 26.$

ઉદાહરણ 7.6: *સમાંતર શ્રેણીનું p માંનું પદનું p ઘણું અને q માં પદમાં પદનું q ઘણું સરખું છે તો સાબિત કરો કે (p + q) મું પદ શૂન્ય છે. ((p + q) શરત છે.)*

ઉકેલ: $t_p = a + (p-1)d$

$t_q = a + (q-1)d$

જ્યારે $pt_p = qt_{q,}$

$p[a + (p-1)d] = q[a + (q-1)d]$

$pa + p(p-1)d - qa - q(q-1)d = 0$

$(p-q)a + (p^2 - q^2)d - pd + qd = 0$

$(p-q)a + (p^2 - q^2)d - (p-q)d = 0$

$(p-q)a + (p-q)(p+q)d - (p-q)d = 0$

$(p-q)[a + (p+q)d - d] = 0$

$a + (p+q)d - d = 0$ [as p – q ¹ 0]

$a + (p+q-1)d = 0$

પરંતુ ડાબી બાજુએ (p + q) મુ પદ છે.

$t_{p+q} = 0$

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 7.2

1. *સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત -3 છે. તો તેનું 12 મું પદ શોધો.*
2. *સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ 2 અને 9 મું પદ 26 છે. તો સામાન્ય તફાવત શોધો.*
3. *સમાંતર શ્રેણીનું 12 મું પદ -25 અને 18 મું પદ -46 છે. તો તેનું પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત શોધો .*
4. *5,2,-1... સમાંતર શ્રેણીનું કયું પદ -22 છે.*
5. *સમાંતર શ્રેણીનું p મું, q મું અને r મું પદ અનુક્રમે x,y,z છે સાબિત કરો કે*

$x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$

7.4 સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ પદોનો સરવાળો.

જ્યારે જર્મન મહાન ગણિતજ્ઞ કાર્લ હેડરી ગાઉસ પ્રાથમિક શાળામાં હતા. ત્યારે તેમજ શિક્ષકે વર્ગમાં 1 થી 100 સુધીની પ્રાકૃતિક સરવાળો કરવાનું કહ્યું જ્યારે બાકીનો ાખો વર્ગ આ પ્રશ્ન મથામણ રતો હતો ત્યારે ગાઉસે ટૂંક સમયમાં (નહિવત સમયમાં) જવાબ મેળવ્યો. ગાઉસ કેવી રીતે ઉત્તર મેળવ્યો ? નીચે પ્રમાણએ કામ કર્યું .... એવું બનવા જોગ છે.

$S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 99 + 100$ (1)

આ સંખ્યાઓને ઉલટા ક્રમમાં લખતા આપણને

$S = 100 + 99 + 98 + \ldots + 2 + 1$ (2)

પદોનો ક્રમ મુજબ સરવાળો કરતાં આપણને

$2S = 101 + 101 + 101 + \ldots + 101 + 101$ (100 વખત)

$= 100 \times 101$

$S = \frac{૧૦૦ \times ૧૦૧}{૨}$

$S = 5050$

આપણે સમાતર શ્રેણીના n પદોનો સરવાળો કરતા આજ પધ્ધતિનો ઉપયોગ કરીશું.

$\frac{n}{2}$ સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ n પદો

$a, a + d, a + 2d, \ldots, a + (n - 2)d, a + (n - 1)d$ આ છે.

n પદોના સરવાળાને ચાલો આપણે S_n તરીકે દર્શાવીએ છીએ,

$S_n = a + (a + d) + (a + 2d) + \ldots + [a + (n - 2)d] + [a + (n - 1)d]$ (3)

આ પદોને ઉલટા ક્રમમાં લખતા આપણને

$S_n = [a + (n - 1)d] + [a + (n - 2)d] + \ldots + (a + d) + a$ (4)

હવે આપણને (3) અને (4) ના ક્રમ np પદોનો સરવાળો કરીએ. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે (3) ના કોઈપણ પદ અને તેને સુસંગત (4) ના પદોનો સરવાળો $2a + (n - 1)d$ છે.

$2S_n = [2a + (n - 1)d] + [2a + (n - 1)d] + \ldots + [2a + (n - 1)d] + [2a + (n - 1)d]$, n વખત આપણને મળે છે.

$2S_n = n[2a + (n - 1)d]$

$S_n = \quad [2a + (n - 1)d]$,

જેનાથી આપણને સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો સામાન્ય સૂત્ર મળે છે.

આને નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$S_n = \frac{n}{2}[a + \{a + (n-1)d\}]$$

$$= \frac{n}{2}(a + t_n), \qquad [\text{કારણ કે } n \text{ મું પદ } t_n = a + (n-1)d]$$

ઘણી વખત -- માં પદને છેલ્લુ પદ એવું નામ આપવામાં આવે છે. અને તેને '--' તરીકે દર્શાવામાં આવે છે.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l) \qquad (4)$$

ઉદાહરણ 7.7: નીચેના સમાંતર શ્રેણીઓના પ્રથમ 12 પદોનો સરવાળો શોધો.

(1) 11, 16, 21, 26 ....

(1) – 151, – 148, – 145, – 142

ઉકેલ: (1) 11, 16, 21, 26 .... આપેલ સમાંતર શ્રેણી છે.

અહીં, a = 11 અને d = 16 – 11 = 5 છે. અને n = 12 છે. તમે જાણો છો કે સમાન્તર શ્રેણીના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ સૂત્ર થી મળે છે. (આપવામાં આવે છે.)

$$S_{12} = \frac{12}{2}[2 \times 11 + (12-1)5]$$

$$= 6\,[22 + 55] = 6 \times 77$$

$$= 462$$

તેથી માંગેલો સરવાળો 462 છે.

(2) – 151, – 148, – 145, – 142...... સમાંતર શ્રેણા આપેલ છે.

અહીં, a = – 151, d = – 148 – (–151) = 3 અને n = 12.

આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{12} = \frac{12}{2}[2 \times (-151) + (12-1)3]$$

$$= 6[-302 + 33] = 6 \times (-269)$$

$$= -1614$$

તેથી માંગેલો જવાબ – 1614 છે.

ઉદાહરણ 7.8: *સમાંતર શ્રેણી 2, 4, 6, 8, 10 .... નો સરવાળો 210 મેળવવા માટે તેમાં કેટલાં પદ જરૂરી છે ?*

ઉકેલ : *આપેલ સમાંતર શ્રેણીમાં ,* $a = 2, d = 2$ *અને* $S_n = 210$ *આપેલ છે.*

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$210 = \frac{n}{2}[2 \times 2 + (n-1)2]$$

$$420 = n[2n + 2]$$

$$420 = 2n^2 + 2n$$

$$2n^2 + 2n - 420 = 0$$

$$n^2 + n - 210 = 0$$

$$n^2 + 15n - 14n - 210 = 0$$

$$n(n + 15) - 14(n + 15) = 0$$

$$(n + 15)(n - 14) = 0$$

$$n = -15 \text{ or } n = 14$$

જ્યારે n ઋણ ન હોઈ શકે તેથી n=14 તેથી સરવાળો 210 મેળવવા માટે 14 પદો જરૂરી છે.

ઉદાહરણ 7.9: *નીચેનાનો સરવાળો શોધો.*

$$2 + 5 + 8 + 11 + ... + 59$$

ઉકેલ: *અહીં 2, 5, 8, 11, ... સમાંતર શ્રેણીમાં છે. અને* $a = 2, d = 3$ *અને* $t_n = 59$.

સરવાળો શોધવા માટે તમારે n નું મૂલ્ય શોધવાની જરૂર પડે છે.

હવે, $t_n = a + (n-1)d$

$$59 = 2 + (n-1)3$$

$$59 = 3n - 1$$

$$60 = 3n$$

$$n = 20$$

હવે, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 2 + (20-1)3] \qquad S_{20} = 10[4 + 57] = 610$$

તેથી જરૂરી સરવાળો 610 છે.

ઉદાહરણ 7.10: જેને 7 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી 1 થી 1000 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો શોધો.

ઉકેલ: અહીં 7 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી પ્રથમ સંખ્યા 7 છે. અને 7 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી છેલ્લી સંખ્યા 994 છે.

7, 14, 21, ..., 994 પદોનો સરવાળો કરવો પડે.

અહીં, $a = 7, d = 7, t_n = 994$

$t_n = a + (n - 1)d$

$994 = 7 + (n - 1)7$

$994 = 7n$

$n = 142$ મળે છે.

હવે, $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

$$= \frac{142}{2}[7 + 994] = 71 \times 1001$$

$= 71071$

તેથી, માગેલો સરવાળો 71071 છે.

ઉદાહરણ 7.11: સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ ત્રણ પદોને સરવાળો 36 છે. અને તેમનો ગુણાકાર 1620 છે. તો સમાંતર શ્રેણી શોધો.

ઉકેલ: ધારો કે સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ ત્રમ પદોના a + d, a અને a + d2 છે. તેમ છતાં તેમનો ગુણાકાર બેશક (ચોક્કસ) અઘરો બનશે. અને બે સમીકરણનો એક સાથે ઉકેલ શોધવામાં (સમય વધારે બગડશે) તેથી સરળ રસ્તો પ્રથમ ત્રણ પદો, a + d, a અને a + d2 ધારવાનો છે. જેથી કરીને ત્રણ પદોનો સરવાળો 3a થયા.

ચાલો સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ ત્રણ પદો a + d, a અને a + d2 થાય.

$a - d + a + a + d = 36$

$3a = 36,$

$a = 12$ મળે છે.

હવે જ્યારે ગુણાકાર 1620 થાય છે ત્યારે

$(a - d)\ a\ (a + d) = 1620$

$(12 - d)\ 12\ (12 + d) = 1620$

$12^2 - d^2 = 135$

$$144 - d^2 = 135$$

$$d^2 = 9$$

$$d = 3 \text{ or } - 3$$

જો $d = 3$, તો સંખ્યાઓ $12 - 3$, 12 અને $12 + 3$ એટલે કે 9, 12 અને 15 થાય (કારણ કે $a = 12$ છે.)

જો $d = -3$, લઈએ તો સંખ્યાઓ $12(-3)$, 12 અને $(12 + (-3))$

તેથી સંખ્યાઓ 15, 12 અને 9

તેથી સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ ત્રણ પદ 9, 12, 15 અથવા 15, 12, 9 આપેલી શરતનું પાલન કરે છે.

સમાંતર શ્રેણી 9,12,15 ..... અથવા 15,12,9 .... થાય.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 7.3

1. નીચેની સમાંતર શ્રેણીઓના પ્રથમ 15 પદોનો સરવાળો શોધો.

   (1) 11, 6, 1, −4, −9 ...

   (2) 7, 12, 17, 22, 27 ...

   અથવા

2. 25, 28, 31, 34, ... સમાંતર શ્રેણીમાં કેટલાં પદોનો સરવાળો 1070 થાય છે ?

3. નીચેનાનો સરવાળો શોધો :

   $1 + 4 + 7 + 10 + \ldots + 118$

4. 3 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી 1 થી 100 સુધીની બધી જ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો શોધો.

5. સમાંતર શ્રેણીના કોઈપણ ત્રણ ક્રમિક પદોનો સરવાળો 21 છે. અને ગુણાકાર ટકા છે. તો સમાંતર શ્રેણીના ત્રણ પદો શોધો.

6. નીચેની સમાંતર શ્રેણીઓમાં દરેકમાં 1, a, n, d અને S_n પૈકી જે કંઈ ખૂટતુ હોય તે નક્કી કરો.

   (i) $a = -2$, $d = 5$, $S_n = 568$.

   (ii) $l = 8$, $n = 8$, $S_8 = -20$

   (iii) $a = -3030$, $l = -1530$, $n = 5$

   (iv) $d = \frac{2}{3}$, $l = 10$, $n = 20$

ઉપસંહાર - સારાંશ

- જે શ્રેણીમાં પ્રથમ પદ સિવાયનું દરેક પદ અગાઉના પદમાં અચળ સંખ્યા ઉમેરવાથી મેળવાય છે. તેને સમાંતર શ્રેણી કહે છે.
- સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ 'a' થી અને સામાન્ય તફાવત 'd' થી દર્શાવાય છે.
- સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ $t_n = a + (n - 1)d$ મેળવી શકાય છે.
- સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$ થી મેળવી શકાય છે.
- સમાંતર શ્રેણીનું મુખ્ય પદ a અને છેલ્લું પદ l અને પદોની સંખ્યા n હોય. તો $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ થી મેળવાય છે.

અંતિમ સ્વાધ્યાય

1. નીચેના તરાહમાંથી કઈ તરાહ સમાંતર શ્રેણી છે ?

   (1) 2, 5, 8, 12, 15, ...

   (2) −3, 0, 3, 6, 9 .....

   (3) 1, 2, 4, 8, 16, ...

2. નીચેનાની સમાંતર શ્રેણીઓમાંની દરેક શ્રેણીનું n મું પદ શોધો.

   (1) 5, 9, 13, 17, ...

   (2) −7, −11, −15, −19

3. સમાંતર શ્રેણીનું ચોથુ પદ તેના પ્રથમ પદના ત્રણ ગણા જેટલું છે. અને 7 મું પદ, ત્રીજા પદના બમણા કરતા 1 વધારે છે, તો પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત શોધો.

4. સમાંતર શ્રેણીનું 5 મું પદ 23 અને 12 મું પદ 37 છે. તો પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત શોધો.

5. ત્રિકોણના ખૂણાના માપ સમાંતર શ્રેણીમાં છે. સૌથી નાના ખૂણાનું માપ સૌથી મોટા ખૂણાના માપનો 1/3 ભાગ હોય તો ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાના માપ શોધો.

6. (1) 100, 95, 90, 85, ..., સમાંતર શ્રેણીનું કયું પદ -25 છે ?

   (2) $\frac{25}{4}$ નું કયું પદ $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}$..... છે ?

7. સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ $t_n = a + bn$ આપેલું છે. તો પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત શોધો.

8. સમાંતર શ્રેણીના 7 માં પદના 7 ગણા, 11 માં પદના 11 ગણા જેટલા છે, તો સાબિત કરો કે 18 મું પદ શૂન્ય છે.

9. સમાન્તર શ્રેણી જેનું પ્રથમ પદ -- અને સામાન્ય તફાવત -- છે. દરેક પદને બમણા કરવામાં આવે તો પરિણામની આ તહાર સામાન્તર શ્રેણી છે જો હા તો તેનું પ્રથમ પદ અને સામાન્ય તફાવત શોધો.

10. જો $k + 2$, $4k - 6$ અને $3k - 2$ એ સમાંતર શ્રેણીના ત્રણ ક્રમાંક પદો હોય તો k ની કિંમત શોધો.

11. માગ્યા પ્રમાણે કરો.

(1) 1, 4, 7, 10, ... સમાંતર શ્રેણીમાં કેટલા પદોનો સરવાળો 715 થાય ?

(2) –10, –7, –4, –1, ... સમાંતર શ્રેણીના કેટલા પદોનો સરવાળો 104 થાય ?

12. પ્રથમ સો એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો શોધો.

13. સમાંતર શ્રેણીમાં $a = 2$ અને પ્રથમ પાંચ પદોનો સરવાળો ત્યારપછીના પાંચ પદોના સરવાળાનો 1/4 ભાગ છે તો બતાવો કે 20 મું પદ -112 છે.

સૂચન - જો સમાંતર શ્રેણી $a, a + d, a + 2d, \ldots$

તો $S_5 = \frac{5}{2}[a + (a + 4d)]$

ત્યાર પછીનાં પાંચ પદોમાં પ્રથમ પદ $a + 5d$ અને છેલ્લું પદ $a + 9d$ થાય.

14. સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ -n પદોનો સરવાળો $2n + 3n^2$ છે, તો સમાંતર છે, તો સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ શોધો.

સૂચન - $t_r = S_r - S_{r-1}$

15. ત્રણ અંકોની સંખ્યાઓને 4 વડે ભાગતા શેષ વધે તેવી તમામ સંખ્યાઓનો સરવાળો શોધો.

(સૂચન પ્રથમ પદ 101 અને છેલ્લુ પદ 997)

તમારી પ્રગતિ ચકાસોના જવાબ

7.1 સમાંતર શ્રેણી છે.

1. $a = -5, d = 4$
2. $a = 6, d = 1$
3. સમાંતર શ્રેણી નથી
4. $a = -6, d = 3$

7.2

1. – 29 2. 3 3. 5, – 3 4. 10^{th} મું પદ

7.3

1. (i) -360 (ii) 630
2. 20
3. 2380
4. 1689
5. 3, 7, 11 or 11, 7, 3
6. (i) $n = 16, l = 73$ (ii) $a = -3, d = 3$

   (iii) $d = 375, S_n = -11400$ (iv) $a = -\frac{3}{8}, S_n = \frac{220}{3}$

અંતિમ સ્વાધ્યાય જવાબ

1. (ii)
2. (i) $t_n = 4n + 1$ (ii) $t_n = -4n - 3$
3. 3, 2
4. 15, 2
5. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
6. (i) 26^{th} term (ii) 25^{th} term
7. a + b, b
9. હા, પ્રથમ પદ = 2a, સામાન્ય તફાવત = 2d
10. 3 11. (i) 22 પદ (ii) 13 પદ
12. 10,000 14. $6r - 1$ 15. 123525