1

સંખ્યા સંહતિઓ

પ્રાચીન સમયથી મનુષ્ય તેની માલમિલકત, વસ્તુઓ, ઝવેરાત, પશુઓ, વૃક્ષો, ઘેટાં - બકરાં વગેરેની ગણતરી કરવા નીચેના જેવી પદ્ધતિઓ દ્વારા પ્રયત્ન કરતો આવ્યો છે.

- *જમીન કે પત્થર પર કાપા કરીને*
- *જ્યારે તે દરેક ઉપયોગી વસ્તુ બહાર લઈ જતો અથવા લાવતો ત્યારે દરેક વસ્તુમાટે પત્થરોનો સંગ્રહ કરતો.*

આ પ્રમાણે ગણતરીનું કોઈપણ સાત ન હોવા છતાં તેની માલમિલકતની ગણતરી માટેનો આ રસ્તો હતો. સંસ્કૃતિના ઈતિહાસમાં ઘણી મહાન શોધોમાંથી એક શોધ સંખ્યાની ઉત્પત્તિ છે. જ્યારે કેટલા? અને કેટલું? જેવા પ્રશ્નોનો કોઈ ઉકેલ ન હતો અને સંખ્યાના સાતની ગેરહાજરીમાં કેટલો ગુંચવાડો થતો હશે તેની કલ્પના તમે કરી શકો છો. શૂન્ય સહિતની સંખ્યા સંહતિ અને તેમના સરવાળાની શોધે નીચેના જેવા પ્રશ્નોના ઉકેલ આપવામાં લોકોને મદદ કરી.

(1) ટોપલીમાં કેટલાં સફરજન છે?

(2) સભાને સંબોધન કરવા માટે કેલા વકતાઓને આમંત્રિત કર્યા છે?

(3) ટેબલ ઉપર કેટલાં રમકડાં છે?

(4) ખેતરમાંથી ઘઉંની કેટલી ગુણો (બોરી)ની ઉપજ થઈ?

આ પ્રકારની અને બીજી ઘણી રિસ્થિતિઓના ઉત્તર માટે સંખઅયાઓ અને તેમના પરની ક્રિયાઓનો ઉપયોગ થાય છે. આ સંખ્યા સંહતિ ને તેના વિસ્તારની અભ્યાસક્રમમાં જરૂરિયાત દર્શાવે છે. આ પ્રકરણમાં આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, પૂર્ણ સંખ્યાઓ અને પૂર્ણાંકોની ટૂંકમાં તેની સમીક્ષા રજૂ કરીશું પછી આપણે સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓ વિશે તમને વિગતવાર રજૂઆત કરાવીશું વાસ્તવિક સંખ્યાઓથી ચર્ચા કર્યા પછી આપણે આ પ્રકરણને પૂર્ણ કરીશું.

હેતુઓ

આ પાઠનો અભ્યાસ કર્યા પછી તમે....

- *પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓથી વાસ્તવિક (સંમેય - અસંમેય) સંખ્યાઓ સુધી સંખ્યા સંહતિના વિસ્તાર અંગે*

ઉદાહરણ આપી શકશો.

- વિવિધ પ્રકારની સંખ્યાઓ ઓળખી શકશો.
- સંમેય સંખ્યાને સાંત કે અનંત પુનરાવૃત્તિ દશાંશ સ્વરૂપે વ્યક્ત કરી શકશો અને તેનાથી ઉલટી પ્રક્રિયા પણ કરી શકશો.
- આપેલ બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચેની સમંય સંખ્યા દર્શાવી શકશો.
- સંખ્યારેખા પર સંમેય સંખ્યાનું નિરૂપણ કરી શકશો.
- અસંમેય સંખ્યાના ઉદાહરણો આપી શકશો.
- સંખ્યા રેખા ર .. દર્શાવી શકશો. $\sqrt{૨},\sqrt{૩},\sqrt{૫}$ દર્શાવી શકશો.
- આવેલ કોઈપણ બે સંખઅયાઓ વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યાઓ શોધી શકશો.
- આપેલ દશાંશ સ્થળ સુધી સંમેય કે અસંમેય સંખ્યાઓનું આસન્ન મૂલ્ય નક્કી કરી શકશો.
- વાસ્તવિક સંખ્યાઓ (સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓ) પર ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરી શકશો.

1.1 અપેક્ષિત પૂર્વજ્ઞાન

ગણતરીની સંખ્યાઓ અને તેમનો રોજિંદા જીવનમાં ઉપયોગનું પાયાનું જ્ઞાન

1.2 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓષ પૂર્ણ સંખ્યાઓ અને પૂર્ણાંક સંખઅયાઓનું પૂનરાવલોકન.

1.2.1 પ્રાકૃતિક સંખ્યા

યાદ કરો કે ગણતરીની સંખ્યાઓ 1, 2, 3... એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા સંહતિનું સ્રૂપ છે. આ સંખ્યાઓનો આપણે રોજિંદા જીવનમાં ઉપયોગ કરીએ છીએ.

યાદ કરો કે સૌથી મોટી પ્રાકૃતિક સંખ્યા નથી કારણ કે કોઈપણ પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં 1 ઉમેરવાથી તેના કરતાં મોટી પ્રાકૃતિક સંખ્યા મળે છે જેને તે પછીની સંખ્યા કહેવાય છે.

આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ રની (ગાણિતિક) ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ વિશે શીખી ગયા છીએ ઉદાહરણ તરીકે.

$4+2=6$, પુનઃ પ્રાકૃતિક સંખ્યા.

$6+21=27$, પુનઃ પ્રાકૃતિક સંખ્યા

$22-6=16$, પુનઃ પ્રાકૃતિક સંખ્યા

$2-6$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં વ્યાખ્યાયિતનથી તે જ રીતે

$4 \times 3 = 12$, પુન: પ્રાકૃતિક સંખ્યા

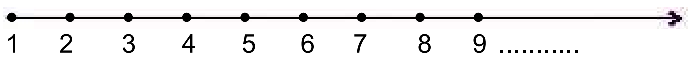
$12 \times 3 = 36$, પુન: પ્રાકૃતિક સંખ્યા

$\frac{12}{2} = 6$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે. પરંતુ $\frac{6}{4}$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં વ્યાખ્યાયિત નથી. આ પ્રમાણે આપણે કહી શકીએ કે

i) a) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો અને ગુણાકાર પુન: પ્રાકૃતિક સંખઅયા બને છે (પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં મળે છે.) પરંતુ

   b) બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓની બાદબાકી અને ભાગાકાર પુન: પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં મળે અથવા ન પણ મળે.

ii) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓને નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય.



iii) બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો અને ગુણાકા ગમે તે ક્મમાં કરવામાં આવે તો પણ પરિણામ હંમેશાં સરખુંજ આવે છે. આ બાબત પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓની બાદબાકી અને ભાગાકાર માટે લાગુ પડતી નથી.

1.2.2 પૂર્ણ સંખ્યાઓ

(1) કોઈપણ પ્રાકૃતિક સંખ્યાને તેજ સંખ્યામાંથી બાદકરવામાં આવે ત્યારે કઈ (પ્રાકૃતિક) સંખ્યા બાકી રહેશે તે આપણે કહી શકતા નથી. આ મુશ્કેલી દૂર કરવા માટે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓને 0 વડે વિસ્ત કરવામાં આવી જે પૂર્ણ સંખ્યા સંહતિ તરીકે ઓળખાય છે.

આ પ્રમાણે પૂર્ણ સંખ્યાઓ

$0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$

પુન: અગાઉની માહુક સૌથી મોટી કોઈ પૂર્ણ સંખઅયા નથી.

(2) શૂન્ય સંખ્યાને નીચેના ગુણધર્મો છે.

$$a + 0 = a = 0 + a$$

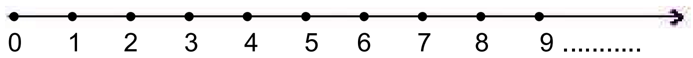
$a - 0 = a$ પરંતુ $(0 - a)$ વ્યાખ્યાયિત નથી.

$$a \times 0 = 0 = 0 \times a$$

કોઈપણ સંખ્યાનો શૂન્ય વડે ભાગાકાર (શક્ય નથી.) વ્યાખ્યાયિત નથી.

(3) (બાદબાકી અને ભાગાકારની મર્યાદા સાથે) જેવી રીતે પ્રાકૃતિક સંખઅયાઓ પર ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ કરી સકાય છે તેમ પૂર્ણ સંખ્યાઓ પર પણ ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ કરી શકાય છે.

(4) પૂર્ણ સંખઅયાઓને પણ નીચે પ્રમાણે સંખ્યા રેખા પર દર્શાવી શકાય.



1.2.3 પૂર્ણાંકો

પ્રાકૃતિક સંખઅયાઓ અને પૂર્ણ સંખઅયાઓ સાથે ક્રિયાઓ કરતાં આપણે જોયું કે એક સંખ્યામાંથી બીજી સંખ્યા બાદ કરવાનું હંમેશને માટે શક્ય બનતું નથી . દા.ત. $(2-3)$, $(3-7)$, $(9-20)$ વગેરે આ બધાનો (ઉકેલ) પ્રાકૃતિક સંખ્યા સંહતિ અને પૂર્ણ સંખ્યા સંહતિમાં શક્ય નથી. આમ આ પ્રકારની બાદબાક શક્ય બનાવે તેવી સંખ્યાઓનું અન્ય વિવરણ જરૂરી છે.

આમ પૂર્ણ સંખઅયાઓને -1 (ત્રણ એખ), -2 (ઋણ બે) અને તે પ્રમાણે આગળની સંખ્યાઓ જેવી સંખ્યાઓ દ્વારા વિસ્તૃત એવી રીતે કરીએ કે

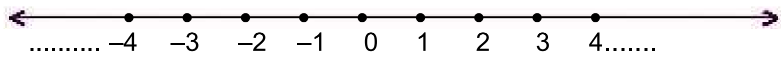
$$1+(-1)=0,\ 2+(-2)=0,\ 3+(-3)=0\ldots,\ 99+(-99)=0,\ \ldots$$

આ પ્રમાણે પૂર્ણ સંખઅયાઓને આપણે બીજા પ્રકારની સંખ્યા સંહતિ દ્વારા વિસ્તૃત કરી જેને પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ કહેવાય છે તેથી પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ નીચે પ્રમાણે છે.

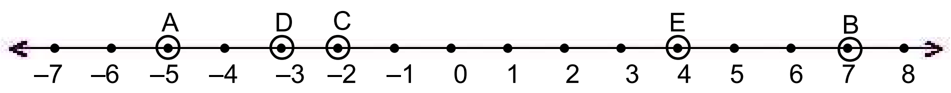
$$\ldots,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,\ldots$$

1.2.4 સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંકોનું નિરૂપણ

પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ દર્શાવવા માટે આપણે સંખ્યારેખાને 0 (શૂન્ય ની ડાબી બાજુ વિસ્તારીએ છીએ અને તેના પર $-1, -2, -3, -4, \ldots$ 1 અને -1, 2 અને -2, 3 અને -3 , 4 અને -4, વગેરેને એવી રીતે દર્શાવીએ છીએ કે તે શૂન્યથી સરખા અંતરે અને શૂન્યની વિરૂદ્ધ દિશામાં હોય આ પ્રમાણે આવલી પાસે નીચે પ્રમાણેની પૂર્ણાંકોની સંખ્યા રેખા હોય.



હવે આપણે પૂર્ણાંકોને સરળતાથી સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકીશું. ઉદાહરણ તરીકે આપણે $-5, 7, -2, -3, 4$ ને સંખઅયારેખા પર દર્શાવીએ આકૃતિમાં બિંદુઓ A, B, C, D, E અનુક્રમે $-5, 7, -2, -3$ અને 4 દર્શાવે છે.



આપણે ધ્યાનમાં લઈ કે જો પૂર્ણાંક a>B હોય, તો a હંમેશાં bની જમણીબાજુ હોય અથવા ઉલટ - સુલટ, ઉદાહરણ તરીકે ઉપરની આકૃતિમાં $7 > 4$, તેથી B એ E ની જમણી બાજુ આવેલું છે. તેજ રીતે $-2>-5$, તેથી C (-2) એ A (-5) ની જમણી બાજુ આવેલું છે. તેથી ઉલટું જ્યારે 4>7 ત્યારે 4 એ 7ની ડાબીબાજુ આવેલું છે. આકૃતિમાં બભાન્યા પ્રમાણે E એ B ની ડાબી બાજુ છે.

બે પૂર્ણાંક a અને b માં વધારે મોટો અથવા વધારે નાનો પૂર્ણાંક શોધવા માટે આપણે નીચેના નિયમને અનુસરીએ.

(1) A >B, જો બી ની જમણીબાજુ એ હોય તો ..

(2) A <B, જો બી ની ડાબીબાજુ એ હોય તો ..

ઉદાહરણ 1.1: નીચેનામાંથી પ્રાકૃતિક સંખઅયાઓ, પૂર્ણ સંખ્યાઓ અને પૂર્ણાંકો ઓળખો.

$15, 22, -6, 7, -13, 0, 12, -12, 13, -31$

ઉકેલ: પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ $7, 12, 13, 15$ અને22

પૂર્ણસંખ્યાઓ $0, 7, 12, 13, 15$ અને22

પૂર્ણાંકો $-31, -13, -12, -6, 0, 7, 12, 13, 15$ અને 22

ઉદાહરણ 1.2: નીચેનામાંથી કઈ સંખઅયાઓ

(i) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કે (ii) પૂર્ણ સંખ્યાઓ નથી તે ઓળખી બતાવો.

$-17, 15, 23, -6, -4, 0, 16, 18, 22, 31$

ઉકેલ : i) $-17, -6, -4, 0$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ નથી.

36/37 ii) $-17, -6, -4$ પૂર્ણ સંખ્યાઓ નથી.

ઉપરના ઉદાહરણ પરથી આપણે કહી શકીએ કે

i) બધી જ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ પૂર્ણ સંખ્યાઓ અને વળી પૂર્ણાંકો પણ હોય છે પણ તેનું પ્રતિય સાચુ નથી.

ii) પૂર્ણ સંખ્યાઓ પૂર્ણાંકો પણ હોય છે.

તમે અગાઉના વર્ગોમાં પૂર્ણાંક પરની ચાર મૂળભૂત ક્રિયાઓ શીખી ગયા છો અહીં તેમનું પુનરાવર્તન કર્યા સિવાય આપણે કેટલાંક ઉદાહરણ લઈશું અને તેમને અહીં દર્શાવીશું.

ઉદાહરણ 1.3: નીચેનાનું સાદું રૂપ આપો અને પરિણામ પૂર્ણાંકમાં આવે છે કેમ તે જણાવો.

$12 \times 4, 7 \div 3, 18 \div 3, 36 \div 7, 14 \times 2, 18 \div 36, 13 \times (-3)$

ઉકેલ : $12 \times 4 = 48$ એ પૂર્ણાંક છે.

$7 \div 3 =$ એ પૂર્ણાંક નથી.

$18 \div 3 = 6$એ પૂર્ણાંક છે.

$36 \div 7 =$ એ પૂર્ણાંક નથી.

$14 \times 2 = 28$ એ પૂર્ણાંક છે.

$18 \div 36 =$ એ પૂર્ણાંક નથી.

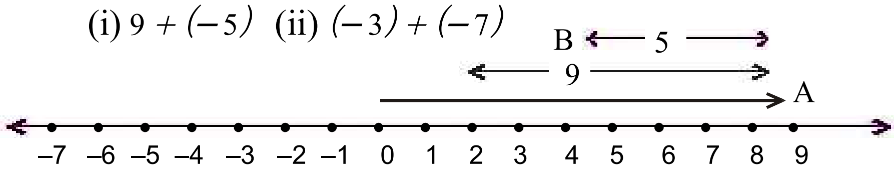
$13 \times (-3) = -39$ એ પૂર્ણાંક છે.

ઉદાહરણ 1.4:

સંખ્યારેખાનો ઉફયોગ કરીને નીચેના પૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરો.

(i) $9 + (-5)$ (ii) $(-3) + (-7)$

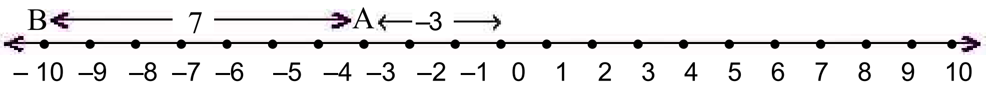
ઉકેલ:



બિંદુ a સંખ્યારેખા પર 9 દર્શાવે છે. a એ 5 એકમ ડાબી બાજુ ખસતાં આપણો B બિંદુએ પહોંચીએ છીએ જે 4 દર્શાવે છે.

$\therefore\ 9 + (-5) = 4$

(ii)



0 (શૂન્ય) થી શરૂ કરીને 3 એમક (શૂન્યથી) ડાબી બાજુ જતાં આપણે A બિંદુએ પહોંચીએ છીએ. A બિંદુથી 7 એકમ ડાબી બાજુ જતાં આપણે B બિંદુએ પહોંચીએ છીએ જે (-10) દર્શાવે છે.

$\therefore\ (-3) + (-7) = -10$

1.3 સંમેય સંખ્યાઓ

જ્યારે પૂર્ણાંક A ને શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક B વડે ભાગતાં ઉદ્‌ભવતી પરિસ્થિતિને ધ્યાનમાં લો. તેનાથી નીચેની પરિસ્થિતિ પેદા થાય છે.

(i) જ્યારે 'a' એ 'b' નો અવયવી હોય.

ધારોકે a = mb, *જ્યાં* am *એ પ્રાકૃતિક સંખઅયા અથવા પૂર્ણાંક છે.* $\therefore$ = m

(ii) જ્યારે 'a' એ 'b' નો અવયવી ન હોય.

આ પરિસ્થિતિમાં $\frac{a}{b}$ એ પૂર્ણાંક નથી તેથી તે નવા પ્રકારની સંખ્યા છે. આ પ્રકારની સંખ્યા સંમેય સંખ્યા કહેવાય છે.

આ પ્રમાણે જે સંખ્યાને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય જ્યાં **p** અને **q** પૂર્ણાંકોએ અને $q = 0$ એ સંમેય સંખ્યા કહેવાય છે.

આ પ્રમાણે એ બધી સંમેય સંખ્યાઓ છે.

1.3.1 ધન અને ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ

(i) સંમેય સંખ્યા $\frac{p}{q}$ માં જો **p** અને **q** બંને ધન પૂર્ણાંક હોય અથવા બંને ઋણ પૂર્ણાંક હોય, તો $\frac{p}{q}$ ધન સંમેય સંખ્યા કહેવાય.

આમ $\frac{૩}{૪}, \frac{૫}{૬}, \frac{-૩}{-૨}, \frac{-૮}{-૬}, \frac{-૧૨}{-૫૭}$ આ બધી ધન સંમેય સંખ્યાઓ છે.

and $\frac{p(-p)}{q(-q)} = \frac{p}{q}, \frac{p}{q} = \frac{(-p)}{(-q)} = \frac{-p}{q}$,

(ii) જો **p** અને **q** બંને જુદા જુદા ચિહ્નવાળા (નિશાનીવાળા) હોય, તો ઋણ સંમેય સંખ્યા (કહેવાય) છે.

આમ $\frac{-7}{2}, \frac{6}{-5}, \frac{-12}{4}, \frac{16}{-3}$ આ બધી ધન સંમેય સંખ્યાઓ છે.

1.3.2 સંમેય સંખ્યાનું પ્રમાણિત સ્વરૂપ

આપણે જાણીએ છીએ કે સ્વરૂપની બધી સંખ્યાઓ સંમેય સંખઅયાઓ છે. જ્યાં **p** અને **q** ને ધન પૂર્ણાંકો છે.

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે

ઉપરનાં દરેક ઉદાહરણમાં આપણે છેદ **q** ને ધન બનાવ્યો છે. સંમેય સંખ્યા $\frac{p}{q}$ જ્યાં **p** અને **q** પૂર્ણાંકો અને $q = 0$ અને **q** એ ધન (અથવા ધન કરેલ છે.) તેમજ **p** અને **q** પરસ્પર અવિભાજ્ય છે. (એટલે કે તેમાં 1 અથવા -1 સિવાયનો કોઈ સામાન્ય અવયવ નથી) એને પ્રમાણિત સ્વરૂપ કહેવાય છે.

સંમેય સંખ્યાનું પ્રમાણિત સ્વરૂપ છે તેજ રીતે $\frac{-5}{6}$ અને એ પ્રમાણિત સ્વરૂપની સંમેય સંખ્યાઓ છે.

નોંધ : સંમેય સંખ્યાના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં સંમેય સંખ્યા એના અતિસંક્ષિપ્તરૂપમાં (હોવી જોઈએ) હોય એવો ઉલ્લેખ થયો છે.

ઉદાહરણ તરીકે સંમેય સંખ્યા ને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં (અથવા અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં) $\frac{2}{3}$ તરીકે લખી શકાય.

તેજ રીતે $\frac{25}{-35}$ ને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં (અથવા અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં) $\frac{-5}{7}$ (અંશ અને છેદ બંને માંથી 5 કાઢી લેતાં) લખી શકાય.

કેટલાંક અગત્યનાં પરિણામો

(i) દરેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા એ સંમેય સંખ્યાછે પરંતુ તેના પ્રતિય હંમેશાં સત્ય નથી.

(ii) દરેક પૂર્ણ સંખ્યા અને પૂર્ણાંક સંમેય સંખ્યા છે પરંતુ તેનું પ્રતિય હંમેશાં સત્ય નથી.

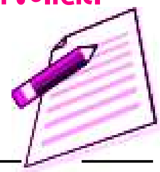
ઉદાહરણ 1.5: નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યાઓ સંમેય છે અને કઈ નથી?

ઉકેલ:

(i) -2 ને $\frac{-2}{1}$ તરીકે દર્શાવી શકાય જે સ્વરૂપમાં છે જ્યાં $q \neq 0$ તેથી -2 એ સંમેય સંખ્યા છે.

(ii) એ સંમેય સંખ્યા છે કારણ કે તે $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં છે જ્યાં $q \neq 0$

(iii) -17 એ સંમેય સંખ્યા છે કારણ કે એ સ્વરૂપમાં છે.



(iv) તેજ રીતે $\frac{15}{7}, \frac{18}{5}$ and $\frac{-7}{6}$ એ બધી તેમના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં ઉપરોક્ત દલીલો પ્રમાણે સંમેય સંખ્યાઓ છે.

ઉદાહરણ 1.6: નીચેના સંમેય સંખ્યાઓને તેમના અતિસંક્ષિપ્ત રૂપમાં લખો.

ઉકેલ:

(i)

એ સંમેય સંખ્યા $\frac{-24}{192}$ નું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે.

(ii)

(i) $\frac{-24}{192}$ = ... (ii) $\frac{12}{168}$ = ... $\frac{8}{12}$ (iii) $\frac{-21}{49}$ ... $\frac{12\times 8}{3\times 8} = \frac{16}{24}$ એ સંમેય સંખ્યા ... નું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે.

(iii) $\frac{-21}{49} = \frac{-3\times 7}{7\times 7} = \frac{-3}{7}$

એ સંમેય સંખ્યા નું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે.

1.4 સંમેય સંખ્યાનું સમાન સ્વરૂપ

આપેલ સંમેય સંખ્યાના અંશ અને છેદને એક સરખી સંખ્યા વડે ગુણી અથવા ભાગી સંમેય સંખ્યાને સમાન સ્વરૂપમાં લખી શકાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે :

$\therefore \frac{4}{6}, \quad \frac{8}{12}, \quad \frac{16}{24}$ વગેરે સંમેય સંખ્યા $\frac{2}{3}$ નાં સમાન સ્વરૂપો છે.

તેજ રીતે

$$\frac{3}{8}=\frac{6}{16}=\frac{21}{56}=\frac{27}{72}=\ldots$$

અને $\frac{4}{7}=\frac{8}{14}=\frac{12}{21}=\frac{28}{49}=\ldots$ એ સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{3}{8}$ and $\frac{4}{7}$ નાં અનુક્રમે સમાન સ્વરૂપો છે.

ઉદાહરણ 1.7: નીચેની સંમેય સંખ્યાઓનાં પાંચ સમાન સ્વરૂપો લખો.

(i) $\frac{3}{17}$ (ii) $\frac{-5}{9}$

ઉકેલ:

(i)

$$\frac{3\times 8}{17\times 8}=\frac{24}{136},\ \frac{3}{17}\times\frac{7}{7}=\frac{21}{119}$$

તેથી નાં પાંચ સમાન સ્વરૂપો $\frac{6}{34},\frac{12}{68},\frac{-9}{-51},\frac{24}{136},\frac{21}{119}$ છે.

(ii) વિભાગ (i) ની માફક (વિભાગ (1) મુજબ) નાં પાંચ સમાન સ્વરૂપો

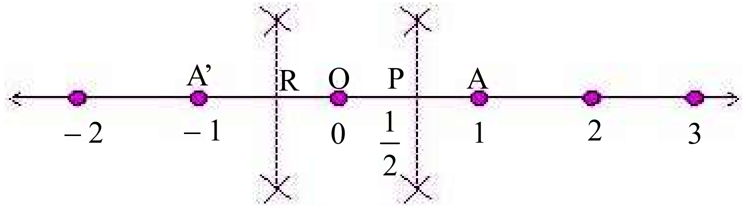
છે.

1.5 સંખ્યારેખા પર સંમેય સંખ્યાઓ

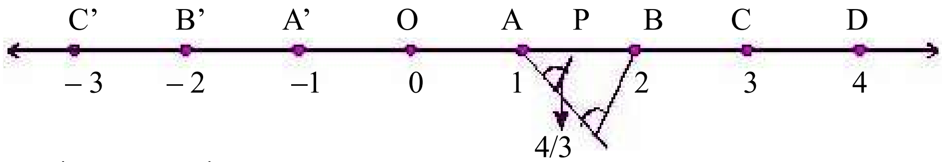
પૂર્ણાંક સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે નિરૂપણ કરવું તે આપણે જાણીએ છીએ. ચાલો આપણે તે સંખ્યારેખા પર દર્શાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ. સંમેય સંખ્યા $\frac{1}{2}$ એ ઘન છે અને તેને શૂન્ય (0)ની જમણી બાજુ દર્શાવી શકાશે.

$0 < \frac{1}{2} < 1$, તેથી $\frac{1}{2}$ એ 0 અને 1 ની વચ્ચે આવેલ છે. OA અંતરના બે સરખા ભાગ પાડો.

OA ને P બિંદુએ દુભાગવાથી આ ક્ય બની શકે, P એ $\frac{1}{2}$.બતાવે છે તેવી જ રીતે Q કે જે OA નું મધ્યબિંદુ છે તે સંમેયસંખ્યા $-\frac{1}{2}$. બતાવે છે (દર્શાવે છે.



તેજ રીતે સંખ્યારેખા પર $\frac{4}{3}$ ને નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય.



$1 < \frac{4}{3} < 2$,તેથી $\frac{4}{3}$ એ 1 અને 2 ની વચ્ચે આવેલી અંતર AB ને ત્રણ સરખા ભાગમાં વિભાજિત કરો તેમાંનો એક ભાગ AP લો.

હવે $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = OA + AP = OP$ બિંદુ P એ સંખ્યારેખા પર $\frac{4}{3}$ દર્શાવે છે.

1.6 સંમેય સંખ્યાઓની સરખામણી

બે સંમેય સંખ્યાઓની સરખામણી કરવા માટે આપણે નીચેનામાંથી કોઈપણ એક પદ્ધતિને અનુસરીએ છીએ.

(i) બે સંમેય સંખ્યાઓની સરખામણી કરવી હોય, તો બંને સંખ્યાના છેદ સરખા તો (કરો) તેમના અંશની સરખામણી કરો. જે સંખ્યાનો અંશ મોટો તે સંમેય સંખ્યા મોટી છે.

આ પ્રમાણે કે જેમનો સરખો છેદ ધન 17 છે એવી બે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{5}{17}$ and $\frac{9}{17}$ માટે

$\frac{9}{17} > \frac{5}{17}$ કારણકે $9 > 5$

$\therefore \frac{9}{17} > \frac{5}{17}$

(ii) જો બે સંખ્યાઓના છેદ જુદાજુદા હોય, તો તેમનું સમાન સ્વરૂપ લઈને બંને છેદ સરખા કરો પછી પરિણામે મળતીસંખ્યાના અંશની સરખામણી કરો, જે સંખ્યાનો અંશ મોટો છે તે સંમેય સંખ્યા મોટી છે.

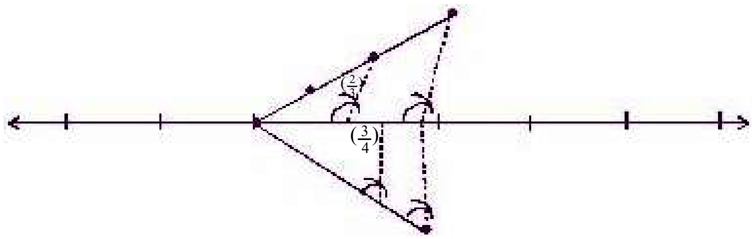
ઉદાહરણ તરીકે $\frac{3}{7}$ and $\frac{6}{11}$ બે સંમેય સંખ્યાની સરખામણી કરવા માટે પ્રથમ નીચે પ્રમાણેની રીત મુજબ બંનેના છેદ સરખા કરીએ છીએ.

$$\frac{3\times 11}{7\times 11}=\frac{33}{77} \text{ and } \frac{9\times 7}{11\times 7}=\frac{42}{77}$$

$42>33$, તેથી

(iii) બે સંમેય સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર દર્શાવીને આપણે જોઈએ છીએ કે એક સંમેય સંખ્યાની જમણીબાજુ આવેલી બીજી સંમેય સંખ્યા મોટી હોય છે.

ઉદાહરણ તરીકે $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{4}$ લો. આપણે આ સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર નીચે પ્રમાણે નિરૂપણ કરીએ.



$0<\frac{2}{3}<1$ અને $0<\frac{3}{4}<1$. અનોઅર્થ એથયોકે $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ બંને સંખ્યાઓ 0 અને 1 ની વચ્ચે આવેલી છે.

રેખાના સરખા ભાગ કરવાની પદ્ધતિથી A બિંદુ $\frac{2}{3}$ અને B બિંદુ $\frac{3}{4}$ દર્શાવે છે બિંદુ A એ બિંદુ B ની જમણી બાજુ છે.

$\frac{3}{4}>\frac{2}{3}$ અથવા $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ માંથી $\frac{3}{4}$ એ મોટી સંખ્યા છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 1.1

1. નીચેનામાંથી (1) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ (2) પૂર્ણ સંખ્યાઓ

$$4, \frac{-3}{4}, \frac{5}{6}, -36, \frac{12}{7}, \frac{3}{-8}, \frac{15}{7}, -6$$

2. નીચેનામાંથી (1) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ (2) પૂર્ણ સંખ્યાઓ (3) પૂર્ણાંકો (4) સંમેય સંખ્યાઓ ન હોય તે ઓળખી બતાવો.

3. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓના છેદ સરખા કરીને સાદુંરૂપ આપો અને દરેક ઉદાહરણમાં પરિણામ પ્રાકૃતિક સંખ્યા, પૂર્ણ સંખ્યા, પૂર્ણાંકો કે સંમેય સંખ્યા છે તે જણાવો.

(i) $3+\frac{7}{3}$ (ii) $-3+\frac{10}{4}$ (iii) $-8-13$ (iv) $12-12$

(v) $\frac{9}{2}-\frac{1}{2}$ (vi) $2\times\frac{5}{7}$ (vii) $8\div 3$

$\frac{2}{5}, \frac{7}{4}, \frac{3}{4}, 16, \frac{1-3}{27}, -15, 0, \frac{5}{17}, \frac{3}{-4}, -\frac{4}{3}$

4. સંખ્યારેખાનો ઉફયોગ કરીને નીચેની સંખ્યાઓનો સરવાળો કરો.

(1) 9 + (–7) (2) (–5) + (–3) (3) (–3) + (4)

5. નીચેનામાંથી કઈ સંમેય સંખ્યાઓ તેના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં છે?

$$\frac{8}{12}, \frac{5}{7}, \frac{-3}{12}, \frac{-6}{7}, \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}, \frac{15}{24}$$

6. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓમાંથી કઈ સંખ્યાઓ પૂર્ણાંકો છે?

$$-10, \frac{15}{5}, \frac{-5}{15}, \frac{13}{5}, \frac{27}{9}, \frac{7\times 3}{14}, \frac{-6}{-2}$$

7. આપેલી સંમેય સંખ્યા ત્રણ સમાન સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

$$\frac{2}{5}, \frac{-5}{6}, \frac{17}{3}$$

8. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓનું સંખ્યા રેખાપર નિરૂપણ કરો.

9. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓની નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે સરખામણી કરો.
   (1) સંમેય સંખ્યાઓને સમાન સ્વરૂપમાં પરિવર્તન કરીને
   (2) સંખ્યા રેખાનો ઉપયોગ કરીને

   (a) $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{5}$ અને $\frac{7}{9}$ (c) $\frac{-2}{3}$ અને $\frac{-1}{2}$

   (d) $\frac{3}{7}$ અને $\frac{5}{11}$ (e) $\frac{-7}{6}$ અને $\frac{3}{2}$

1.7 સંમેય સંખ્યાની ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ

1.7.1 સંમેય સંખઅયાઓનો સરવાળો

(અ) સંમેય સંખઅયાઓ , $\frac{r}{q}$ વિશે વિચારો

$$\frac{p}{q}+\frac{r}{q}=\frac{p+r}{q}$$

ઉદાહરણ તરીકે

(બ) બે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{p}{q}$ અને $\frac{r}{s}$. વિશે વિચારો

$$\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{ps}{qs}+\frac{rq}{sq}=\frac{ps+rq}{qs}$$

ઉદાહરણ તરીકે,

(i) $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3\times3+4\times2}{4\times3}=\frac{9+8}{12}=\frac{17}{12}$

(ii) $-\frac{4}{5}+\frac{7}{8}=\frac{-4\times8+5\times7}{5\times8}=\frac{35-32}{40}=\frac{3}{40}$

ઉપરનાં બંને ઉદાહરણો પરથી આપણે નીચેના સર્વ સામાન્ય નિયમો તારવી શકીએ.

(અ) જેના છેદ સરખા છે એવી બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો એવી સંમેય સંખઅયા છે જેનો છેદ તેનો તેજ છે અને અંશ બે સંમેય સંખ્યાના અંશોનો સરવાળો છે.

(બ) જેના છેદ (સરખાનથી) જુદા જુદા છે એવી બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો એળી સંમેય સંખ્યા છે જેનો છેદ બે સંય સંખ્યાના છેદોના ગુણાકાર જેટોલ અને અંશ પ્રથમ સંમેય સંખ્યાના અંશ અને બીજી સંમેય સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર અને બીજી સંખ્યાનો અંશ અને પ્રથમ સંખ્યાના છેદના ગુણાકારના સરવાળા બરાબર હોય છે આપણે કેટલાંક ઉદાહરણ લઈએ.

ઉદાહરણ 1.8: *નીચેની સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરો.*

(i) $\frac{2}{7}$ અને $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{17}$ અને $\frac{-3}{17}$ (iii) $-\frac{5}{11}$ અને $\frac{-3}{11}$

ઉકેલ: (i) $\frac{2}{7}+\frac{6}{7}=\frac{2+6}{7}=\frac{8}{7}$

$$\therefore \frac{2}{7}+\frac{6}{7}=\frac{8}{7}$$

(ii) $\frac{4}{17}+\frac{(-3)}{17}=\frac{4+(-3)}{17}=\frac{4-3}{17}=\frac{1}{17}$

$$\therefore \frac{4}{17}+\frac{(-3)}{17}=\frac{1}{17}$$

(iii) $\left(-\frac{5}{11}\right)+\left(\frac{-3}{11}\right)=\frac{(-5)+(-3)}{11}=\frac{-5-3}{11}=\frac{-8}{11}$

$$\therefore \left(-\frac{5}{11}\right)+\left(-\frac{3}{11}\right)=-\frac{8}{11}$$

ઉદાહરણ 1.9: *નીચેની દરેક સંમેય સંખઅયાઓનો સરવાળો કરો.*

(i) $\frac{3}{4}$ અને $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{2}{7}$ અને $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{5}{9}$ અને $-\frac{4}{15}$

ઉકેલ: $\frac{3}{4}+\frac{1}{7}$ આપેલું છે.

$$=\frac{3\times7}{4\times7}+\frac{1\times4}{7\times4} \qquad \text{અથવા}\left[\frac{3\times7+4\times1}{4\times7}=\frac{21+4}{28}=\frac{25}{28}\right]$$

$$=\frac{21}{28}+\frac{4}{28}=\frac{21+4}{28}$$

$$=\frac{25}{28}$$

$$\therefore \frac{3}{4}+\frac{1}{7}=\frac{25}{28}$$

(ii) $\frac{2}{7}+\frac{3}{5}$

$$=\frac{2\times5}{7\times5}+\frac{3\times7}{5\times7} \quad \text{અથવા} \left[\frac{2\times5+3\times7}{35}=\frac{10+21}{35}=\frac{31}{35}\right]$$

$$=\frac{10}{35}+\frac{21}{35}$$

$$=\frac{10+21}{35}=\frac{31}{35}$$

$$\therefore \frac{2}{7}+\frac{3}{5}=\frac{31}{35}$$

ઉકેલ : (i) $\frac{7}{4}-\frac{1}{4}=\frac{7-1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{2\times3}{2\times2}=\frac{3}{2}$

(ii) $\frac{3}{5}-\frac{2}{12}=\frac{3\times12}{5\times12}-\frac{2\times5}{12\times5}$

$$=\frac{36}{60}-\frac{10}{60}=\frac{36-10}{60}$$

$$=\frac{26}{60}=\frac{13\times2}{30\times2}=\frac{13}{30}$$

1.7.3સંમેય સંખ્યાના ગુણાકાર અને ભાગાકાર

(1) બે સંમેય સંખ્યાઓ $\left(\frac{p}{q}\right)$ *અને* $\left(\frac{r}{s}\right)$ *(જ્યા* $q\neq0$ *અને) નો ગુણાકાર સંમેય સંખ્યા છે (જ્યા* $qs\neq0$*)*

$$=$$

(2) બે સંમેય સંખ્યાઓ , (જ્યા $q\neq0, s\neq0$*) નો ભાગાકાર સંમેય સંખ્યા છે (જ્યાં* $qr\neq0$*)*

બીજા શબ્દોમાં

અથવા (પ્રથમ સંમેય સંખ્યા) × (બીજી સંમેય સંખ્યાની વ્યસ્ત સંખ્યા) આપણે કેટલાંક ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ 1.11: *નીચેની સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરો.*

(i) $\frac{3}{7}$ અને $\frac{2}{9}$ (ii) $\frac{5}{6}$ અને $\left(\frac{-2}{19}\right)$ (iii) $\frac{7}{13}$ અને $\left(\frac{-2}{-5}\right)$

ઉકેલ: *(1)* $\frac{3}{7}\times\frac{2}{9}=\frac{3\times 2}{7\times 9}=\frac{3\times 2}{7\times 3\times 3}=\frac{2}{21}$

$$\therefore \left(\frac{3}{7}\right)\times\left(\frac{2}{9}\right)=\frac{2}{21}$$

(2) $\frac{5}{6}\times\left(\frac{-2}{19}\right)=\frac{5\times(-2)}{6\times 19}$

$$=-\frac{2\times 5}{2\times 3\times 19}=-\frac{5}{57}$$

$$\therefore \left(\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{2}{19}\right)=-\frac{5}{57}$$

(3) $\frac{7}{13}\times\left(\frac{-2}{-5}\right)=\left(\frac{7}{13}\right)\left(\frac{-(-2)}{5}\right)$

$$=\frac{7}{13}\times\frac{2}{5}=\frac{7\times 2}{13\times 5}=\frac{14}{65}$$

$$\therefore \left(\frac{7}{13}\right)\times\left(\frac{-2}{-5}\right)=\frac{14}{65}$$

ઉદાહરણ 1.12: *નીચેનાનું સાદુંરૂપ આપો.*

(i) $\left(\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{7}{12}\right)$ (ii) $\frac{9}{16}\div\left(-\frac{105}{12}\right)$ (iii) $\left(\frac{87}{27}\right)\div\left(\frac{29}{18}\right)$

ઉકેલ : *(1)* $\left(\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{7}{12}\right)$

$$=\left(\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{12}{7}\right) \qquad \left[\frac{7}{12} \text{ નું વ્યસ્ત } \frac{12}{7} \text{ છે.}\right]$$

$$=\frac{3\times12}{4\times7}=\frac{3\times3\times4}{7\times4}=\frac{9}{7}$$

$$\therefore\left(\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{7}{12}\right)=\frac{9}{7}$$

(2) $$\left(\frac{9}{16}\right)\div\left(\frac{-105}{2}\right)$$

$$\left(\frac{9}{16}\right)\times\left(\frac{2}{-105}\right) \qquad \left[\frac{-105}{2} \text{ નું વ્યસ્ત } \frac{2}{-105} \text{ છે.}\right]$$

$$=-\frac{9\times2}{2\times8\times3\times35}=-\frac{3\times3\times2}{2\times8\times3\times35}$$

$$=\frac{-3}{8\times35}=\frac{-3}{280}$$

$$\therefore\left(\frac{9}{16}\right)\div\left(\frac{-105}{2}\right)=\frac{-3}{280}$$

(3) $$\left(\frac{87}{27}\right)\div\left(\frac{29}{18}\right)$$

$$=\left(\frac{87}{27}\right)\times\left(\frac{18}{29}\right)=\frac{87}{27}\times\frac{18}{29}=\frac{29\times3\times2\times9}{9\times3\times29}=\frac{2}{1}$$

$$\therefore\left(\frac{87}{27}\right)\div\left(\frac{29}{18}\right)=\frac{2}{1}$$

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 1.2

1. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરો.

   (i) $\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ (ii) $\frac{2}{15}, -\frac{6}{15}$ (iii) $\frac{3}{20}, \frac{-7}{-20}$ (iv) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}$

2. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરો.

   (i) $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}$ (ii) $\frac{17}{7}, \frac{5}{9}$ (iii) $\frac{2}{5}, \frac{-5}{7}$

3. સુચના પ્રમાણે પ્રક્રિયા કરો.

4. બાદબાકી કરો.

   (i) $\frac{7}{15}$ માંથી $\frac{13}{15}$ (ii) $\frac{7}{3}$ માંથી $-\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{3}{7}$ માંથી $\frac{9}{24}$

(i) $\left(\left(\frac{2}{3}+\frac{77}{88}\right)\frac{-58}{1225}\right) \div \frac{37}{165}$ (ii) $\left[\left(\frac{7}{4}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}\right)\right] \times \frac{21}{13}$

5. સાદુરૂપ આપો.

   (i) $\left(3\frac{1}{5}+\frac{7}{5}-2\frac{1}{6}\right)$ (ii) $\frac{5}{2}+\frac{13}{4}-6\frac{3}{4}$

6. નીચેનાનો ગુણાકાર કરો.

   (i) $\frac{2}{11}$ ને $\frac{5}{6}$ વડે (ii) $-\frac{3}{11}$ ને $\frac{-33}{35}$ વડે (iii) $\frac{-11}{3}$ ને $\frac{-27}{77}$ વડે

7. ભાગાકર કરો.

   (i) $\frac{1}{2}$ ને $\frac{1}{4}$ વડે (ii) $\frac{-7}{4}$ ને $\frac{-4}{5}$ વડે (iii) $\frac{35}{33}$ ને $\frac{-7}{22}$ વડે

8. નીચેનાનું સાદુરૂપ આપો.

9. $\frac{16}{7}$ અને $\frac{-3}{14}$ ના સરવાળાને તેમના તફાવત (બાદબાકી) વડે ભાગો.

10. એક સંખ્યાને $\frac{13}{3}$ વડે ગુણતાં પરિણામ $\frac{39}{12}$. મળે છે તો તે સંખઅયા શોધો.

1.8 સંમેય સંખ્યાની દશાંશ અભિવ્યક્તિ

તમે એક પૂર્ણાંક સંખ્યાનો બીજા પૂર્ણાંક સંખ્યા વડે ભાગાકાર થી અને તેના પરિણામને દશાંશમાં અભિવ્યક્ત કરવાની રીતથી પરિચિત છો. સંમેય સંખ્યાને દશાંશ સ્વરૂપમાં અભિવ્યક્ત કરવાની પ્રક્રિયા એ દશાંશ ચિહ્નનો ઉપયોગ કરીને પુનરાવર્તી ભાગાકરની પ્રક્રિયા કરવાની છે.

આપણે કેટલાંક ઉદાહરણોનો અભઅયાસ કરીએ.

ઉદાહારણ 1.13: *નીચેનામાંથી દરેકને દશાંશ સંખ્યામાં અભિવ્યક્ત કરો.*

(i) $\frac{12}{5}$ (ii) $\frac{-27}{25}$ (iii) $\frac{13}{16}$

ઉકેલ: *(1) ભાગાકારની લાંબી પ્રક્રિયા કરીને આપણો ઉત્તર મેળવીએ.*

તેથી , $\frac{12}{5} = 2.4$

(2)

$$
\begin{array}{r}
-1.08 \\
25\overline{)-27.00} \\
-25 \\
\hline
200 \\
200 \\
\hline
000
\end{array}
$$

તેથી , $\frac{-27}{25} = 1.08$

(3)

$$
\begin{array}{r}
0.8125 \\
16\overline{)13.0000} \\
128 \\
\hline
20 \\
16 \\
\hline
40 \\
32 \\
\hline
80 \\
80 \\
\hline
00
\end{array}
$$

તેથી , $\frac{13}{16} = 0.8125$

ઉપરનાં ઉદાહરણો પરથી જોઈ શકાય છે કે જ્યારે શેષ શૂન્ય થાય ત્યારે પરિણામે મળતી દશાંશ સંખ્યામાં દશાંશ સ્થલોની એક નિશ્ચિત સંખ્યા મળે એવા એક ચોક્કસ સોપાને ભાગાકારની પ્રક્રિયા પૂર્ણ થાય છે. આ પ્રકારના દશાંશ સાન્ત દશાંશ તરીકે ઓળખાય છે.

નોંધ: ધ્યાનમાં લો કે ઉપરના ભાગાકારમાં સંમેય સંખ્યાના છેદને 2 અથવા 3 અથવા બંને મુખ્ય અવયવો હતા. વૈકલ્પિત રીતે આપણે $\frac{12}{5}$ ને $\frac{12\times2}{5\times2} = \frac{24}{10} = 2.4$ તરીકે દર્શાવી શકયા હોત અને બીજાઓને પણ એ રીતે દર્શાવી શકયા હોત આપણે બીજા ઉદાહરણો જોઈએ.

ઉદાહરણ 1.14: નીચેની દરેકની દશાંશ અભિવ્યક્તિ લખો.

(a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) $\frac{5}{11}$

ઉકેલ: (1)

$$
\begin{array}{r}
2.33 \\
3\overline{)7.00} \\
\underline{6} \\
10 \\
\underline{9} \\
10 \\
\underline{9} \\
1
\end{array}
$$

અહીં શેષ ૧નું પુનરાર્તન થાય છે. પરિણામે મળતો દશાંશ સાત દશાંશ નથી.

$\frac{7}{3} = 2.333\ldots$ અથવા $2.\bar{3}$

(2)

$$
\begin{array}{r}
0.285714285714 \\
7\overline{)2.000000000000} \\
\underline{14} \\
60 \\
\underline{56} \\
40 \\
\underline{35} \\
50 \\
\underline{49} \\
10 \\
\underline{7} \\
30 \\
\underline{28} \\
20 \\
\underline{14} \\
60 \\
\underline{56} \\
40 \\
\underline{35} \\
50
\end{array}
$$

અહીં શેષ 4 થાય છે ત્યારે થઈ અંકોનું પુનરાવર્તન શરૂ થાય છે.

$\frac{2}{7} = 0.\overline{285714}$

(3)

$$
\begin{array}{r}
0.4545 \\
11\overline{)5.0000} \\
\underline{44} \\
60 \\
\underline{55} \\
50 \\
\underline{44} \\
60 \\
\underline{55} \\
5
\end{array}
$$

અહીં પુનઃ જ્યારે શેષ 5 થાય છે ત્યારે 5 અંક પછી તેનું પુનરાવર્તન થાય છે.

$\therefore \frac{5}{11} = 0.\overline{45}$

ઉપરના ઉદાહરણો પરથી કહી શકાય કે છેદને 2 અથવા 5 સિવાયનો અવયવો હોય, તો દશાંશ અભિવ્યક્તિ પુનરાવર્તિત થાય છે. આ પ્રકારના (આવા) દશાંશને અનંત પુનરાવૃત્ત દશાંશ કહેવાય છે.

આ પ્રમાણે આપણે ઉદાહરણ 1.13 અને 1.4માં જોઈએ છીએ કે સંમેય સંખ્યાની દશાંશમાં અભિવ્યક્તિ નીચે મુજબ છે.

(1) સાન્ત દશાંશ (ચોક્કસ સોપાનો પછી શેષ શૂન્ય થાય છે.

(2) અનંત આવૃત્ત દશાંશ (ભાગાકારનો ક્યારે પણ અંત નહીં આવે.

સંમેય સંખ્યા સાન્ત દશાંશ અથવા અનંત પુનરાવૃત્ત દશાંશ હોય છે.

1.8 સંમેય સંખ્યાની દશાંશ સ્વરૂપવાળી સંમેય સંખઅયાઓને p/q સ્વરૂપમાં દર્શાવવી.

આપણે તેને ઉદાહરણો દ્વારા સ્પષ્ટ કરીએ (સમજાવીએ)

ઉદાહરણ1.15: (1) 0.48 અને (2) 0.1357 ને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

ઉકેલ : (1) $0.48 = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

(2) $0.1375 = \frac{1375}{10000} = \frac{55}{400} = \frac{11}{80}$

ઉદાહરણ 1.16: (1) 0.666... (2) 0.374374...ને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

ઉકેલ : (1) ધારો કે $x = 0.666\ldots$ (A)

$10\,x = 6.666\ldots$ (B)

$B - A = 9\,x = 6$ અથવા

(2) ધારણો કે $x = 0.374374374\ldots.$ (A)

$1000\,x = 374.374374374\ldots.$ (B)

$(B) - (A) = 999\,x = 374$

અથવા $= \dfrac{374}{999}$

$\therefore 0.374374374\ldots = \dfrac{374}{999}$

ઉપરનું ઉદાહરણ દર્શાવે છે કે સાન્તદશાંશ કે અનંત આવૃત્તિ દશાંશ સંમેય સંખ્યા દર્શાવે છે.

$x = \dfrac{2}{3}$

નોંધ: $0.374374374\ldots$ ના જેવા અનંત આવૃત્તિ દશાંશ $0.\overline{374}$. ની જેમ લખાય છે. 374 ઉપર લીટીથી અંકિત કરેલા અંકોનો સમૂહ ફરી ફરી પુનરાવૃત્ત થાય છે. એમ દર્શાવે છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 1.3

1. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓને દશાંશ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(i) $\dfrac{31}{80}$ (ii) $\dfrac{12}{25}$ (iii) $\dfrac{12}{8}$ (iv) $\dfrac{75}{12}$ (v) $\dfrac{91}{63}$

2. નીચેની સંખ્યાઓને દશાંશ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(i) $\dfrac{2}{3}$ (ii) $\dfrac{5}{7}$ (iii) $\dfrac{25}{11}$

3. નીચેના દશાંશોને $\dfrac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(a) (i) 2.3 (ii) -3.12 (iii) -0.715 (iv) 8.146

(b) (i) $0.\overline{333}$ (ii) $3.\overline{42}$ (iii) $-0.315315315\ldots$

1.9 બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચેની સંમેય સંખ્યાઓ

આપેલ બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા શોધવી શક્ય છે? આની ચકાસણી કરવા માટે નીચેના ઉદાહરણ જુઓ.

ઉદાહરણ 1.17: $\frac{3}{4}$ and $\frac{6}{5}$ ની વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ: આપણે $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}+\frac{6}{5}\right)$ સંખ્યા શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ $=\frac{1}{2}\left(\frac{15+24}{20}\right)=\frac{39}{40}$

હવે $\frac{3}{4}=\frac{3\times10}{4\times10}=\frac{30}{40}$

અને $\frac{6}{5}=\frac{6\times8}{5\times8}=\frac{48}{40}$

દેખીતી રીતે $\frac{30}{40}<\frac{39}{40}<\frac{48}{40}$

એટલે $\frac{39}{40}$ એ સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{3}{4}$ and $\frac{6}{5}$ ની વચ્ચેની સંખ્યા છે.

નોંધ : $\frac{3}{4}=0.75,\quad \frac{39}{40}=0.975$ and $\frac{6}{5}=1.2$

$\therefore 0.75<0.975<1.2$

અથવા

તેથી આ ઉદાહરણ નીચેની બે પૈકી કોઈપણ એક રીતે થઈ શકે.

(1) દરેક સંમેય સંખ્યાને સમાન છેદવાળી સંખ્યામાં દર્શાવી તેમની સરાસરી લેવી.

(2) બંને સંખ્યાઓને દશાંશમાં અભિવ્યક્ત કરી તેમની સરાસરી લઈને.

હવે પ્રશ્ન એ થાય છે કે આવેલી બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચે કેટલી સંમેય સંખ્યાઓ શોધી શકાય? નીચેના ઉદાહરણો જુઓ.

ઉદાહરણ 1.18: $\frac{1}{2}$ and $\frac{3}{4}$ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખઅયાઓ શોધો.

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times 8}{2\times 8}=\frac{8}{16}$$

અને $$\frac{3}{4}=\frac{3\times 4}{4\times 4}=\frac{12}{16}$$

$$\frac{8}{16}<\frac{9}{16}<\frac{10}{16}<\frac{11}{16}<\frac{12}{16}$$ હોવાથી

આપણે 5 સંમેય સંખ્યાઓ શોધવા શક્તિપાત બન્યા છીએ.

$\frac{9}{16}, \frac{10}{16}, \frac{11}{16}$ એ $\frac{1}{2}$ અને $\frac{3}{4}$ વચ્ચેની (સંમેય સંખ્યાઓ) છે. વાસ્તવમાં આપેલ બે સખ્યાઓની વચ્ચે આપણે કોઈપણ સંમેય સંખ્યા (જોઈએ તેટલી સંમેય સંખઅયાઓ) શોધી શકીએ.

પુનઃ (ફરીથી)

$$\frac{1}{2}=\frac{50}{2\times 50}=\frac{50}{100}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times 25}{4\times 25}=\frac{75}{100}$$

$$\frac{50}{100}<\frac{51}{100}<\frac{52}{100}<\frac{53}{100}<.....<\frac{72}{100}<\frac{73}{100}<\frac{74}{100}<\frac{75}{100}<....$$ (પ્રેસ)

હોવાથી ઉત્તર (1) માં દર્શાવ્યા મુજબ આપણે $\frac{1}{2}$ and $\frac{3}{4}$ વચ્ચે 24 સંમેય સંખ્યાઓ શોધવા શક્તિમાન બન્યા છીએ. (24 સંમેય સંખ્યાઓ શોધી શક્યા છીએ.)

ઉપરના ઉદાહરણો પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે કોઈપણ બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે અસંખ્ય (અમર્યાદ) સંમેય સંખ્યાઓ શોધી શકાય.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 1.4

1. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચેની સંમેય સંખઅયા શોધો.

(i) $\frac{3}{4}$ અને $\frac{4}{3}$ (ii) 5 અને 6 (iii) $-\frac{3}{4}$ અને $\frac{1}{3}$

2. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓ વ્યચેની બે સંમેય સંખ્યાઓ શોધો.

(i) $-\frac{2}{3}$ અને $\frac{1}{2}$ (ii) $-\frac{2}{3}$ અને $-\frac{1}{4}$

3. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે પાંચ સંમેય સંખઅયાઓ શોધો.

(1) 0.27 અને 0.30 (2) 7.31 અને 7.35

(3) 20.75 અને 26.80 (4) 1.001 અને 1.002

1.10 અસંમેય સંખ્યાઓ

આપણે જોયું કે સંમેય સંખઅયાની અભિવ્યક્તિ સાન્ત અથવા તો અનંત પુનરાવૃત્ત હોય છે. (હવે પ્રશ્ન એ થાય છે કે) એવા કોઈ દશાંશ કે જે સાન્ત કે અનંત પુનરાવૃત્ત નથી? ઉદાહરણ તરીકે નીચેનો દશાંશ તપાસે. 0.10 100 1000 10000 1....... (1)

તમે જોઈ શકો છો કે આ દશાંશને કોઈ ચોક્કસ તરાહ છે. અને અનિશ્ચિત (અચોક્કસ) સથાન સુધી લખી શકાય છે, અને તેમાં અંકોનો કોઈ સમૂહ પુનરાવૃત્ત થતો નથી આમ આ અનંત અનાવૃત દશાંશનું ઉદાહરણ છે.

તેના જેવો જ દશાંશ નીચે આપેલ છે.

0.1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13..... (2)

(1) અને (2) માં તમે નવા અંકોનો સમૂહ લખી શકશો?

(1) માં ત્યાર પછીના છ અંકે 00000010000001 ...... અને

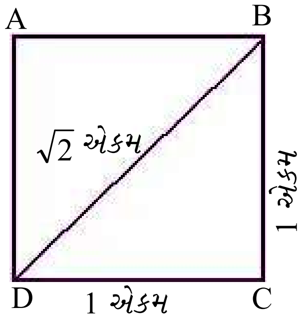
(2) મા 14 15 16 ....

(1) અને (2) દર્શાવેલા આવા દસાંશ ઉદાહરણો અસંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે છે.

આમ દશાંશ અભિવ્યક્તિ જે સાન્તનથી કે અનંત પુનરાવૃત્ત નથી તે અસંમેય સંખ્યા દર્શાવે છે.

1.11 સંમેય સંખ્યાઓની અપર્યાપ્તતા

બધીજ લંબાઈ આપણે સંમેયસંખ્યાની મદદથી (સંમેય સંખ્યામાં માપી શકીએ? આપણે બધાંજ વજન સંમેય સંખ્યાની મદદથી (સંમેય સંખ્યામાં) માપી શકીએ? (આ માટે) નીચેની પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ કરો.



જેની દરેક બાજુ 1 એકમ હોય તેવા ABCD ચોરસ વિશે વિચાર સ્વાભાવિકરીતે વિકર્ણ BD ની લંબાઈ $\sqrt{2}$ એખમ થશે.

એ સાબિત કરી શકાશે કે $\sqrt{2}$ એ સંમેય સંખ્યા નથી કારણ કે

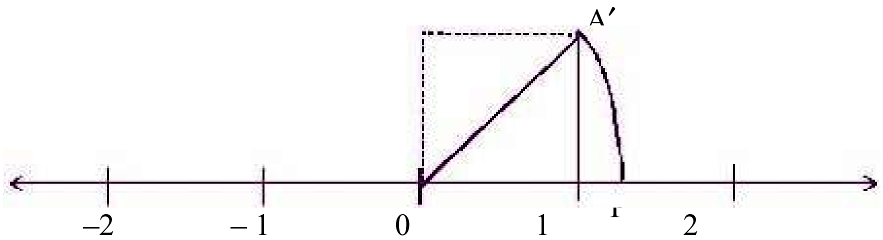
એવી કોઈ સંમેય સંખ્યા નથી જેનો વર્ગ 2 થાય. (આ વિગતની) સાબિતી આ પાઠમાં કક્ષા બહારની છે.

આપણે તારવીએ કે આપેલ એકમ લંબાઈના દરેક રેખાખંડની લંબાઈ સંમેય સંખ્યામાં આપણે ચોક્કસ રીતે માપી શકીએ નહિ આમ સંમેય સંખ્યાઓ આપેલ નિશ્ચિ એકમમાં બધી લંબાઈ માપવા અપર્યાપ્ત છે. (પર્યાપ્ત નથી - પૂરતા નથી.) આ અપર્યાપ્તતાને લીધે સંમેય સંખ્યા સંહતિના અસંમેયસંખ્યા (જે સંમેય નથી) સંહતિ સુધીના વિસ્તરણની આવશ્યકતા ઉભી થઈ (આ અપર્યાપ્તતાને લીધે સંમેય સંખ્યા સંહતિના એવા વિસ્તરણની આવશ્યકતા ઉભી થઈ કે જે સંહતિમાં સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓનો સમાવેશ થતો હોય.)

વળી આપણે જોયું કે સંખ્યારેખા પર દરેક સંમેય સંખ્યાને સંગત એક બિંદુ હોય છે. આ વિધાના પ્રતિયવિધાન વિશે વિચારો.

સંખ્યા રેખા ર આવેલ દરેક બિંદુ શું હંમેશાં કોઈ સંમેય સંખ્યા સાથે સુસંગત હશે? આ પ્રશ્નનો ઉત્તર પણ 'ના' છે. આના સ્પષ્ટીકરણ માટે આપણે નીચેનું ઉદાહરણ લઈએ. (જે નીચેના ઉદાહરણ રથી સ્પષ્ટ થશે.)

આ સંખ્યારેખા પર O,A,B,C,D બિંદુઓ લો જે અનુક્રમે 0 (શૂન્ય), 1, 2, -1 અને -2 સંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે. A બિંદુએ AS'1 OA એવી રીતે દોરો કે $AA^1 = 1$ એકમ.



$\therefore OA' = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ એકમ 0 ને કેન્દ્ર લઈ OA^1 જેટલી ત્રિજ્યા લઈ રેખાને P બિંદુમાં છેદતો ચાપ દોરીએ તો P બિંદુ $\sqrt{2}$ દર્શાવે. $\sqrt{2}$ અસંમેય સંખ્યા છે તેથી આપણે એવા નિર્ણય પર આવીએ કે સંખ્યારેખા પર P બિંદુ જેવા બિંદુઓ છે જે સંમેય સંખ્યા દર્શાવતા નથી. તેવી જ રીતે આપણે બતાવી શકીએ કે $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $5\sqrt{2}$ વગેરે જેવાં બિંદુઓ (સંખ્યારેખા પર) હોય છે જે સંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવતા નથી. તેથી સંમેય સંખ્યાઓને સંગત બિંદુઓ ધરાવતી સંખ્યારેખા માં ખાલી જગા હોય છે. તેથી સંખ્યારેખામાં સંમેય અને અસંમેય બંને સંખ્યાઓને સંગત બિંદુઓ હોય છે.

આમ આપણે સંમેય સંખ્યા સંહતિને તેમાં અસંમેય સંખ્યાઓનો સમાવેશ થાય તે રીતે વિસ્તારી છે.

જે સંખ્યા સંહતિમાં સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓનો સમાવેશ થાય છે તેને વાસ્તવિક સંખ્યા સંહતિ કહે છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 1.5

1. નીચેની સંખ્યાઓને પ્રથમ ત્રણ દશાંશ સ્થળ સુધી દશાંશમાં દર્શાવો.

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$

2. નીચેની સંખ્યાઓને વાસ્તવિક સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

(i) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ii) $1+\sqrt{2}$ (iii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

1.12 આપેલી બે સંખઅયાઓ વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા શોધવી.

ઉદાહરણોની મદદથી આપેલી બે સંખ્યાઓની વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા શોધવાની રીત સ્પષ્ટ કરીએ.
ઉદાહરણ 1.19: 2 અને 3 ની વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ: $\sqrt{2\times3}$ સંખ્યા વિશે વિચારો

આપણે જાણીએ છીએ કે $\sqrt{6}$ નું લગભગ મૂલ્ય 2.45 છે.

તે 2 અને 3ની વચ્ચે આપેલ છે. અને તે અસંમેય સંખઅયા છે.

ઉદાહરણ1.20: $\sqrt{3}$ અને 2 વચ્ચે આવેલી અસંમેય સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ વિશે વિચારો

$$=1+\frac{\sqrt{3}}{2}\approx1+\frac{1.732}{2}=1.866$$

$\therefore$ ≈ 1.84 એ $(=1.732)$ અને 2ની વચ્ચે આવેલી છે.

$\therefore$ જરૂરી એસંમેય સંખઅયા છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 1.6

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓની જોડ વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા શોધો.

   (1) 2 અને 4   (2) $\sqrt{3}$ અને 3   (3) $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$

2. 1 અને 2 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા તમે દર્શાવી શકશો?

1.13 આપેલ દશાંશ સ્થળ સુધી સંખ્યાઓનું આસત્ત મૂલ્ય (અંદાજિત કિમત) નક્કી કરવું.

ઘણીવાર વાસ્તવિક સંખ્યાઓનું અંદાજી મૂલ્ય નિશ્ચિત દશાંશ સ્થળ સુધી લખવાનું અનુકૂળ રહે છે. ઉદાહરણ દ્વારા સ્પષ્ટ કરીએ.

ઉદાહરણ1.21: ત્રણ દશાંશ સ્થળ સુધી લગગ અંદાજિત મૂલ્ય મેળવી સંખ્યા 2.31832ને અભિવ્યક્ત કરો.

ઉકેલ: દશાંશ બિંદુ પછીનું ત્રીજી સ્થાન જોઈએ આ કિસ્સામાં તે 8 છે જે5 કરતાં વધારે છે તેથી2.71832ની બે દશાંશ સ્થળ સુધીની અંદાજિત કિંમત 2.72 છે.

ઉદાહરણ1.22: 12.78962નું ત્રણ દશાંશ સ્થળ સુધી અંદાજિત કિંમત મેળવો.

ઉકેલ: દશાંશ બિંદુ પછીનું ચોથું સ્થાન 6 છે (જે 5 કરતાં વધારે છે) તેથી આપણે 12.78962ની ત્રણ દશાંશ સ્થળ સુધી સાચી અંદાજિત કિંમત મેળવવા ત્રીજા સ્થાનમાં 1 ઉમેરીએ જે 12.70 છે.

આમ આપણે જોઈએ છીએકે સંખ્યાનું અમુક દશાંશ સ્થલ સુધી અંદાજિત મૂલ્ય મેળવવાના આપણે સંખ્યાના દશાંશ ભાગમાં પછીનો અંક જોઈએ છીએ અને પછી નીચે પ્રમાણે આળ વધીએ છીએ.

(1) જો અંક 5 કરતાં નાનો હોય, તો આપણે તેને જતો કરીને તેના સિવાયનો ઉત્તર આપીએ છીએ.

(2) જો અંક 5 કે તેથી વધુ હોય તો જરૂરી (ઈચ્છિત) દશાંશ સ્થળ સુધીની જરૂરી (અંદાજિત) સંખ્યા મેળવવા તેના આગલા અંકમાં 1 ઉમેરીએ છીએ।

તમારી પ્રગતિ ચકાસો 1.7

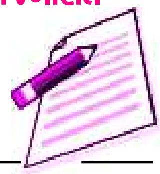
1. નીચેની સંખ્યાઓની ત્રણ દશાંશ સ્થળ સુધીની અંદાજિત કિંમત લખો.

   (1) 0.77777   (2) 7.3259   (3) 1.0118

   (4) 3.1428   (5) 1.1413

સારાંશ

- *પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, પૂર્ણસંખ્યાઓ અને પૂર્ણાંકો સાથેની ચાર મૂળભૂત ક્રિયાઓ યાદ કરો.*
- *ઉપરનું (સંખ્યાઓનું) સંખ્યા રેખા પર નિરૂપણ*
- *પૂર્ણાંકોનું સંમેય સંખ્યા સુધીનું વિસ્તરણ સંમેય સંખ્યાએ એવી સંખ્યા છે જેને ... સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય છે જ્યાં .. અને .. પૂર્ણાંકો છે અને .....*
- *જ્યારે .. ધન હોય (.. ને ધન બનાવવામાં આવે અને .. અને .. માં કોઈ સામાન્ય અવયવ ન હોય. ત્યારે સંમેય સંખ્યા તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં અથવા અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં છે એમ કહેવાય.*
- *જો બે સંમેય સંખ્યાઓના પ્રમાણિત સ્રૂપ સરખાં હોય તો તે બે સંખઅયાઓ સમાન સ્વરૂપની સંમેય સંખ્યાઓ છે એમ કહેવાય.*
- *સંમેય સંખ્યાઓનું સંખ્યા રેખા પર નિરૂપણ થઈ શકે.*
- *સંમેય સંખ્યાને સંગત સંખ્યા રેખાપર અનન્ય બિંદુ હોય.*
- *સંમેય સંખ્યાઓની સરખામણી નીચેની રીતે થઈ શકે.*
  - *દરેક સંમેય સંખ્યાને સામાન્ય છેદવાળી સંખ્યામાં દર્શાવી અંશોની સરખામણી કરવી.*
  - *જ્યારે સંખ્યા રેખાપર નિરૂપણ થાય ત્યારે મોટી સંમેય સંખ્યા બીજી (અન્ય) સંખ્યાની જમણી બાજુ હોય.*
- *જેવી રીતે પૂર્ણાંકો પર ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ થઈ શકે છે. તેવીજ રીતે સંમેય સંખ્યાઓ ર ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ થઈ શકે છે.*
- *દશાંશ સ્વરૂપે અભિવ્યક્ત થતી સંમેય સંખ્યા સાન્ત અથવા અનંત પુનરાવૃત્ત (આવૃત્ત) દશાંશ હોય છે.*
- *બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે અનંત સંમેય સંખ્યાઓ હોય છે.*
- *સંખ્યા રેખા ર સંમેય સંખ્યાને દર્શાતાં બિંદુઓ સિવાયના બિંદુઓ પણ હોય છે. આ સંમેય સંખ્યા સંહતિની અર્યાપ્તતા દર્શાવે છે.*
- *સંમેય સંખ્યા સંહતિને વાસ્તવિક સંખ્યા સુધી વિસ્તારવામાં આવી છે.*
- *સંમેય અને અસંમેય ભેગા મળીને વાસ્તવિક સંખ્યા સંહતિ રચે છે.*
- *આવેલી બે સંખ્યાઓની વચ્ચે આપણે હંમેશા અસંમેય સંખ્યા શોધી શકીએ છીએ.*
- *અસંમેય સંખ્યાનું દશાંશ સ્વરૂપ સાન્ત કે અનંત પુનરાવૃત્ત નથી.*
- *આપણે સંમેય અથવા અસંમેય સંખ્યાનું આવેલ દશાંશ સ્તલ સુધી આસત્તમૂલ્ય (અંદાજીત મૂલ્ય) શોધી શકીએ છીએ.*



નોંધ

સત્રાંત સ્વાધ્યાય

1. નીચેનામાંથી અલગ તારવો.

   (1) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ

   (2) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ ન હોય તેવા પૂર્ણાંકો

   (3) પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ ન હોય તેવી સંમેય સંખ્યાઓ

   (4) અસંમેય સંખ્યાઓ,

   $$-3, 17, \frac{6}{7}, \frac{-3}{8}, 0, -32, \frac{3}{14}, \frac{11}{6}, \sqrt{2}, 2+\sqrt{3}$$

2. નીચેના પૂર્ણાંકોને સંમેય સંખ્યા સ્વરૂપમાં લખો.

   (1) -14 (2) 13 (3) 0 (4) 2

   (5) 1 (6) -1 (7) -25

3. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓને અતિસંક્ષિપ્ત રૂપમાં દર્શાવો.

   $$\frac{6}{8}, \frac{14}{21}, \frac{-17}{153}, \frac{13}{273}$$

4. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓને દશાંશ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

   (i) $\frac{11}{80}$ (ii) $\frac{8}{25}$ (iii) $\frac{14}{8}$ (iv) $\frac{15}{6}$ (v) $\frac{98}{35}$

   (vi) $\frac{15}{7}$ (vii) $-\frac{7}{6}$ (viii) $\frac{115}{11}$ (ix) $-\frac{17}{13}$ (x) $\frac{126}{36}$

5. નીચેની દશાંશ અભિવ્યક્તિને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં ફેરવો.

   (1) 2.4 (2) -0.32 (3) 8.14 (4) $3.\overline{24}$

   (5) 0.415415415...

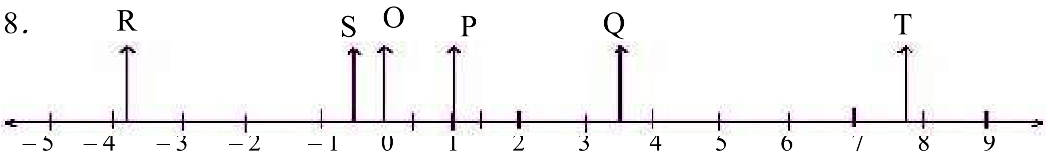
6. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા શોધો.

   (i) $\frac{3}{4}$ and $\frac{7}{8}$ (ii) -2 and -3 (iii) $-\frac{4}{5}$ and $\frac{1}{3}$

7. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ શોધો.

(1) $\frac{3}{4}$ અને $\frac{-3}{4}$ (2) 0.27 અને 0.28 (3) 1.32 અને 1.34

8.



ઉપરની આકૃત્તિમાં સંખ્યારેખા પરનાં બિંદુઓ O, P, Q, R, S,T ને સંગત સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

9. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરો.

(i) $\frac{3}{5},\frac{-7}{5}$ (ii) $-\frac{7}{9},\frac{5}{9}$ (iii) $\frac{3}{5},\frac{7}{3}$ (iv) $\frac{9}{5},\frac{2}{3}$ (v) $\frac{18}{7},-\frac{7}{6}$

10. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓના ગુણાકા શોધો.

11. નીચેની સંખ્યાઓની જોડના વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યાશોધો.

(1) 1 અને3 (2) અને 3 (3) $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{5}$ (4) $-\sqrt{2}$ અને $\sqrt{2}$

12. 2 અને 7 સંખ્યાની વચ્ચે કેટલી સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓ આવેલી છે?

13. નીચેની સંખ્યા અને 2 દશાંશ સ્થળ સુધી ચોક્કસ અંદાજિત કિંમત શોધો.

(1) 0.338 (2) 3.924 (3) 3.14159 (4) 3.1428

14. નીચેની સંખ્યાઓની 3 દશાંશ સ્થળ સુધી ચોક્કસ અંદાજિત કિંમત શોધો.

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $2+\sqrt{2}$ (3) 1.7326 (4) 0.9999...

15. નીચેની સંખ્યાઓનું સાદુંરૂપ અસંમેય સંખ્યામાં આપો. પ્રથમ દાખલો ગણીને આપેલ છે.

(1) $12\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}=\sqrt{3}[12+5-7]=10\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{2}-2\sqrt{8}+7\sqrt{2}$

(3) $3\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}\times 5\sqrt{6}$

(4) $[(\sqrt{8}\times 3\sqrt{2})\times 6\sqrt{2}]\div 36\sqrt{2}$

તમારી પ્રગતિ ચકાસોના ઉત્તરો

1.1

1. પૂર્ણાંકો: 4, -36, -6

   સંમેય સંખ્યાઓ: $4,\frac{-3}{4},\frac{5}{6},-36,\frac{12}{7},\frac{-3}{8},\frac{15}{7},-6$

2. (1)

   (2) $-\frac{7}{4},-\frac{3}{7},-15,\frac{5}{17},-\frac{3}{4},-\frac{4}{3}$

   (3) $-\frac{7}{4},-\frac{3}{7},\frac{5}{17},-\frac{3}{4},-\frac{4}{3}$

   (4) બધી જ સંખ્યાઓ સંમેય સંખ્યાઓ છે.

$-\frac{7}{4},-\frac{3}{7},-15,0.3\frac{5}{17},(1)\frac{3}{4},\frac{164}{33}$ સંમેય (2) $-\frac{1}{2}$, સંમેય (3) -21, પૂર્ણાંક અને સંમેય

   (4) 0 (શૂન્ય) પૂર્ણ સંખઅયા, પૂર્ણાંક અને સંમેય (4) 4, પ્રાકૃતિક સંખ્યા, પૂર્ણ સંખ્યા, પૂર્ણાંક સંખઅયા અને સંમેય સંખ્યા (5) $\frac{10}{7}$, સંમેય (6) $\frac{8}{3}$, સંમેય

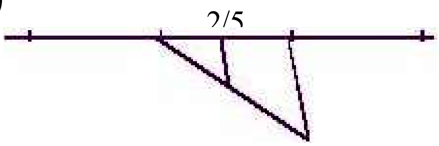
4. (1) 2 (2) -8 (3) 1

5. $\frac{5}{7},\frac{-6}{7},\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

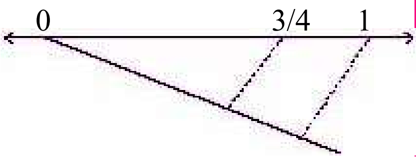
6. $-10,\frac{15}{5},\frac{27}{9},\frac{-6}{-2}$

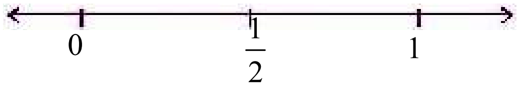
7. (1) $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}$ (2) $-\frac{5}{6}=-\frac{10}{12}=-\frac{15}{18}=-\frac{20}{24}$ (3) $\frac{17}{3}=\frac{34}{6}=\frac{51}{9}=\frac{68}{12}$

8. (1)



(2)



(3) 

9. (અ) $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ (બ) $\frac{7}{9} > \frac{3}{5}$ (ક) $\frac{-1}{2} > \frac{-2}{3}$ (ડ) (ઈ) $\frac{3}{2} > -\frac{7}{6}$

1.2

1. (1) $\frac{9}{7}$ (2) $-\frac{4}{15}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$

2. (1) $\frac{19}{6}$ (2) $\frac{188}{63}$ (3) $-\frac{11}{35}$

3. (1) $-\frac{53}{48}$ (2) $\frac{149}{60}$

4. (1) $\frac{2}{5}$ (2) -4 (3) $\frac{-3}{56}$

5. (1) (2) -1

6. (1) $\frac{5}{33}$ (2) $\frac{9}{35}$ (3) $\frac{9}{7}$

7. (1) 2 (2) $\frac{35}{16}$ (3) $-\frac{10}{3}$

8. (1) $\frac{1}{5}$ (2) 7

9. $\frac{29}{35}$

10. $\frac{3}{4}$

1.3

1. (1) 0.3875 (2) 0.48 (3) 1.5 (4) 6.25 (5) $1.\overline{4}$

2. (1) $0.\overline{6}$ (2) $0.\overline{714285}$ (3) $2.\overline{27}$

3. (અ) (1) $\frac{23}{10}$ (2) $-\frac{78}{25}$ (3) $-\frac{143}{200}$ (4) $\frac{4073}{500}$

(બ) (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{113}{33}$ (3) $-\frac{35}{111}$

1.4

1. (1) $\frac{25}{24}$ (2) 5.5 (3) $\frac{-5}{24}$

2. (1) 0.2 અને 0.3 (2) −0.30, −0.35

3. (1) 0.271, 0.275, 0, 281, 0.285, 0.291

(2) 7.315, 7.320 7.325, 7.330, 7.331

(3) 21.75, 22.75, 23.75, 24.75, 25.75

(4) 1.0011, 1.0012, 1.0013, 1.0014, 1.0015

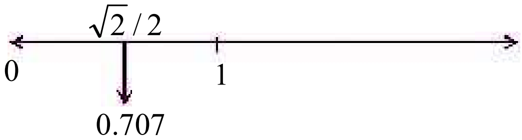
આના જેવા બીજા ઉત્તરો પણ હોઈ શકે.

$\sqrt{5}$

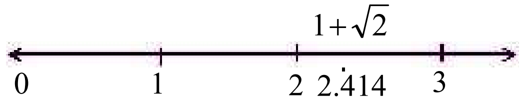
1.5

1. 1.414, 1.732, 2.236

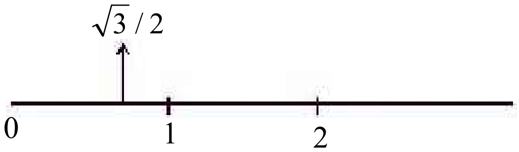
2. (1)



(2)



(3)



1.6

1. (1) (2) $\sqrt{3}+1$ (3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

2. અનંત ઘણી

1.0001, 1.0002, ..., 1.0010, 1.0011,....., 1.0020, 1.0021, ...

1.7

1. (1) 0.778 (2) 7.326 (3) 1.012 (4) 3.143 (5) 1.141

સત્રાંત સ્વાધ્યાયના જવાબો

1. પ્રાકૃતિક 17,

પ્રાકૃત્રિક ન હોય તેવા પૂર્ણાંકો , −3, 0, −32

પ્રાકૃત્રિક ન હોય તેવી સંમેય સંખ્યાઓ $-3,\frac{6}{7},\frac{-3}{8},0,-32,\frac{3}{14},\frac{11}{6}$

સંમેય ન હોય તેવી અસંમેય સંખ્યાઓ $\sqrt{2},\ 2+\sqrt{3}$

2. (1) $-\frac{14}{1}$ (2) $\frac{13}{1}$ (3) $\frac{0}{1}$ (4) $\frac{2}{1}$

(5) $\frac{1}{1}$ (6) $\frac{-1}{1}$ (7)

3.

4. (1) 0.1375 (2) 0.32 (3) 1.75 (4) 2.5 (5) 2.8

(6) 2.142857 (7) $-1.\overline{166}$ (8) $10.\overline{45}$ (9) $-1.\overline{307692}$ (10) 3.5

5. (1) $\frac{12}{5}$ (2) $\frac{-8}{25}$ (3) (4) $\frac{107}{33}$ (5) $\frac{415}{999}$

6. (1) $\frac{13}{16}$ (2) −2.5 (3) 0 (શૂન્ય)

7. (1) 0.50, 0.25, 0.00 (2) 0.271, 0.274, 0.277

(3) 1.325. 1.33, 1.335

8. (1) R: −3.8 (2) S: −0.5 (3) O: 0.00 (4) P: 1

(5) Q: 3.5 (6) T: 7.6

9. (1) $-\frac{4}{5}$ (2) $-\frac{2}{9}$ (3) $\frac{44}{15}$ (4) $\frac{37}{15}$ (5) $\frac{59}{42}$

10. (1) $\frac{7}{5}$ (2) $\frac{38}{15}$ (3) -6

11. (1) $\sqrt{3}$ (2) $1+\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. અનંત સંખ્યા

13. (1) 0.34 (2) 3.92 (3) 3.14 (4) 3.14

14. (1) 0.75 (2) 3.414 (3) 1.733 (4) 1.000

15. (1) $6\sqrt{2}$ (2) 180 (3) 2