

12.6 కేంద్రీయమాన కొలతలు - అంకమధ్యమము

అవర్గీకృత దత్తాంశము : కేంద్రీయమాన కొలతలలో అంకగణిత సగటు చాలా ముఖ్యమైనది. ఒక ముడి దత్తాంశం యొక్క సగటు కొరకు దత్తాంశములోని పరిశీలనల మొత్తమును ఆ పరిశీలనల సంఖ్యచే భాగించాలి.

ఒక దత్తాంశములో $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ అనే 'n' విలువలు ఉంటే, ఆ విలువల సగటును (\bar{x}) చే సూచిస్తాము.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

ఈ సూత్రంలో గ్రీకు అక్షరం ఆధారంగా Σ (సిగ్మా) తో సూచిస్తాము. Σ అంటే మొత్తం అని అర్థం.

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

గమనిక : $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ అని కూడా ఉపయోగిస్తారు. ఇందు 'i' అనేది అంశం (item) సంఖ్యను సూచిస్తుంది.

ఉదాహరణ 9 : 5 వ్యక్తుల బరువులు కి.గ్రా.లలో 55, 67, 61, 70, 72 గా ఉన్నాయి. వ్యక్తి సగటు బరువు కనుక్కోండి.

సాధన : ఇచ్చట $x_1 = 55, x_2 = 67, x_3 = 61, x_4 = 70, x_5 = 72$ అనుకోండి.

$$\begin{aligned} \text{సగటు బరువు } (\bar{x}) &= \frac{\Sigma x_i}{n} \\ &= \frac{55 + 67 + 61 + 70 + 72}{5} \\ &= \frac{325}{5} \\ &= 65 \text{ కిలో గ్రాములు.} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 10 : తేజ తన వార్షిక పరీక్షలో ఆరు సబ్జెక్టులలో 99, 94, 96, 97, 98, 95 మార్కులు సాధించెను. అయిన అతని సగటు మార్కు ఎంత?

సాధన : మార్కుల మొత్తం (Σx)

$$\begin{aligned} &= 99 + 94 + 96 + 97 + 98 + 95 \\ &= 579 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{సగటు} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{579}{6} = 96.5$$

ఉదాహరణ 11 : 10 పరిశీలనాంశాల సగటు 60గా గుర్తించబడినది తర్వాత పరిశీలనలో ఒక అంశం విలువ 46కు బదులుగా 64గా తీసుకోబడినట్లు కనుగొనడమైనది. అయిన సరియైన సగటు ఎంత?

సాధన : 10 పరిశీలనాంశాల సగటు = 60

$$\text{కావున, పరిశీలనాంశాల మొత్తం} = 10 \times 60 = 600$$

ఒక అంశం 46 బదులుగా 64 గా తీసుకోబడినందున,

$$\begin{aligned} \text{సరియైన మొత్తం} &= 600 - 64 + 46 \\ &= 582 \end{aligned}$$

$$\text{కావున, సరియైన సగటు} = \frac{582}{10} = 58.2$$

ఉదాహరణ 12 : గణిత పరీక్షలో 80 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి.

| | | | | | | | | | |
|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| మార్కులు | 15 | 20 | 22 | 24 | 25 | 30 | 33 | 38 | 45 |
| విద్యార్థుల సంఖ్య | 5 | 8 | 7 | 16 | 12 | 18 | 7 | 3 | 4 |

అంతకగణిత కనుగొనండి.

సాధన : దత్తాంశమును సరియైన క్రమంలో అమర్చి పరిశీలనాంశాల మొత్తం కనుగొందాం.

| మార్కులు (x_i) | విద్యార్థుల సంఖ్య (f_i) | $f_i x_i$ |
|-----------------------|--------------------------------|-------------------------|
| 15 | 5 | 75 |
| 20 | 8 | 160 |
| 22 | 7 | 154 |
| 24 | 16 | 384 |
| 25 | 12 | 300 |
| 30 | 18 | 540 |
| 33 | 7 | 231 |
| 38 | 3 | 114 |
| 45 | 4 | 180 |
| | $\Sigma f = 80$ | $\Sigma f_i x_i = 2138$ |

$$\text{కావున } \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{2138}{80} = 26.725$$

అందువలన సగటువ విలువ 26.7 (సుమారు)

వర్గీకృత దత్తాంశమునకు అంకగణిత మధ్యమం

కొన్నిసార్లు ముడిదత్తాంశం చాలా ఎక్కువగా ఉంటే, పరిశీలనల మొత్తాన్ని కనుగొనటం కష్టమవుతుంది. సుకువుగా అంకమధ్యమాన్ని కనుగొనాలంటే, దత్తాంశాన్ని వర్గీకృత దత్తాంశంగా (పౌనఃపున్య పట్టికగా) మారుస్తాం. ఇలా చెయ్యడం వల్ల అంకమధ్యమాన్ని కనుగొనటం ముడి దత్తాంశ పద్ధతి కంటే తక్కువ సమయం పడుతుంది.

| | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| తరగతి అంతరం | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 | 45-50 |
| విద్యార్థుల సంఖ్య | 5 | 31 | 12 | 25 | 3 | .0 | 4 |

తరగతి మొత్తానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒక విలువ (Point) మనకు అవసరం. ఒక తరగతి పౌనఃపున్యం (అనగా తరగతిలోని అన్ని రాశులు) ఆ తరగతి యొక్క మధ్య విలువ చుట్టు కేంద్రీకృతమైనట్టు భావిస్తాం. కాబట్టి ఒక తరగతి యొక్క మధ్యవిలువను ఆ తరగతి యొక్క అన్ని విలువల ప్రాతినిధ్యంగా భావిస్తాం. దీనినే తరగతి మార్కు (class mark) లేక 'మధ్య విలువ' అంటారు.

తరగతి మార్కు అనేది ఆ తరగతి యొక్క ఎగువ మరియు దిగువ అవధిల సగటుగా గుర్తించుకోవాలి.

$$\text{ఒక తరగతి మార్కు (మధ్యవిలువ)} = \frac{\text{ఆ తరగతి ఎగువ అవధి} + \text{ఆ తరగతి దిగువ అవధి}}{2}$$

$$15-20 \text{ తరగతికి సంబంధించి, తరగతి మార్కు } \frac{15+20}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$$

అవుతుంది. అదేవిధంగా మిగిలిన తరగతులకు సంబంధించి తరగతి మార్కులను కనుగొనవచ్చును.

ఈ మార్కులను తరగతి అంతరాలుగా విభజించి సగటు కనుగొందాం.

| తరగతి అంతరం | విద్యార్థుల సంఖ్య f_i | తరగతి మార్కు x_i | $f_i x_i$ |
|-------------|----------------------------|-----------------------|---------------------------|
| 15-20 | 5 | 17.5 | 87.5 |
| 20-25 | 31 | 22.5 | 697.5 |
| 25-30 | 12 | 27.5 | 330.0 |
| 30-35 | 25 | 32.5 | 812.5 |
| 35-40 | 3 | 37.5 | 112.5 |
| 40-45 | 0 | 42.5 | 0 |
| 45-50 | 4 | 47.5 | 190.0 |
| | $\Sigma f_i = 80$ | | $\Sigma f_i x_i = 2230.0$ |

చివరి కాలంలోని విలువల మొత్తం $\Sigma f_i x_i$ ను సూచిస్తుంది. కావున దత్తాంశం యొక్క అంకగణిత సగటు \bar{x} అనుకొంటే

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{2230}{80} = 27.875$$

ఈ విధంగా సగటు కొనుగొనే విధానాన్ని "ప్రత్యక్ష పద్ధతి" అంటారు.