

### 3. अंकगणिती श्रेढी

#### क्रमिका :- (Sequence)

आपण 1, 2, 3, 4, ... या संख्या क्रमाने लिहतो. ही संख्यांची मालिका आहे. या मालिकेत कोणती संख्या कितव्या स्थानावर आहे, हे आपण सांगू शकतो. जसे 13 ही संख्या 13 व्या क्रमांकावर आहे. संख्यांची दुसरी मालिका 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... पहा. या संख्या क्रमाने लिहल्या आहेत. येथे  $16=4^2$  ही संख्या चौथ्या क्रमांकावर, तर  $25=5^2$  ही संख्या 5 व्या स्थानावर आहे.  $49=7^2$  ही संख्या सातव्या स्थानावर आहे. म्हणजे या मालिकेत कोणती संख्या कोणत्या स्थानावर आहे, हे सांगता येते.

नैसर्गिक संख्यांप्रमाणे विशिष्ट क्रमाने मांडलेल्या संख्यांच्या समूहाला **क्रमिका** म्हणतात.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, ... हा नैसर्गिक संख्या संचातील काही क्रमवार संख्यांचा समूह आहे.  
7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, ... हा विषम संख्यांचा समूह आहे.

#### अंकगणिती श्रेढी :

अंकगणिती श्रेढी मध्ये क्रमिकेतील पदांमध्ये जर सामान्य फरक समान (स्थिर) असेल, तर ती क्रमिका अंकगणिती श्रेढी असते.

उदा. 5, 9, 13, 17, ... यांना पदे असे म्हणतात.

पाहिले पद  $t_1$  किंवा  $a$  या अक्षराने दर्शवतात. उदा. 5, 9, 13, 17

$$t_1 = 5 \quad a = 5$$

#### सामान्य फरक:

अंकगणिती श्रेढीतील दोन पदांतील फरक स्थिर असतो. व हा फरक सामान्य फरक असतो. व तो 'd' या अक्षराने दर्शवितात .

उदा . 3, 6, 9, 12, ...

$$t_1=3, t_2=6, t_3=9, t_4=12$$

$$d=t_2-t_1$$

$t_1$ =पाहिले पद,  $t_2$ = दुसरे पद,  $t_3$ =तीसरे पद ....

$t_n$ =term number शेवटचे पद असे म्हणतात.

#### अंकगणिती श्रेढीतील सूत्रे :-

$$t_n = a + (n-1) d$$

$$s_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1) d)$$

$$s_n = \frac{n}{2} (t_1 + t_n)$$

तीन क्रमगत पदे

$$a-d, a, a + d$$

उदा. (1) खालीलपैकी कोणती क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे ते ओळखा. जर असेल तर तिची पुढील दोन पदे काढा.

(i) 5,12,19,26,...

उकल : (i) 5,12,19,26, ... या क्रमिकेत,  
पहिले पद =  $t_1=5$ ,  $t_2=12$ ,  $t_3=19$ , ...

$$t_2-t_1=12-5=7$$

$$t_3-t_2=19-12=7$$

येथे पहिले पद =5 व सामान्य फरक  $d=7$  आहे आणि तो स्थिर आहे.

∴ ही क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे. या श्रेढीतील पुढील दोन पदे.

$$26+7=33, 33+7=40.$$

येथे 33 व 40 ही पुढील दोन पदे आहेत.

उदा. (1) खालील अंकगणिती श्रेढीसाठी  $n$  काढा व त्या वरून श्रेढीचे 30 वे पद काढा.

3, 8, 13, 18, ...

उकल : दिलेली अंकगणिती श्रेढी 3, 8, 13, 18, ...

येथे  $t_1=3$ ,  $t_2=8$ ,  $t_3=13$ ,  $t_4=18$ , ...

$$d=t_2-t_1=8-3=5, n=30$$

आपणांस माहित आहे की  $t_n = a + (n-1)d$

$$\therefore t_n = 3 + (n-1) \times 5 \quad a = 3, d = 5$$

$$\therefore t_n = 3 + 5n - 5$$

$$\therefore t_n = 5n - 2$$

$$\therefore 30 \text{ वे पद} = t_{30} = 5 \times 30 - 2$$

$$= 150 - 2 = 148$$

उदा. (2) खालील अंकगणिती श्रेढीचे कितवे पद 560 आहे?

2, 11, 20, 29, ...

उकल : दिलेली अंकगणिती श्रेढी 2, 11, 20, 29, ...

येथे  $a=2$ ,  $d=11-2=9$

या श्रेढीचे  $n$  वे पद 560 आहे.  $t_n = 560$

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore 560 = 2 + (n-1) \times 9$$

$$= 2 + 9n - 9$$

$$\therefore n = \frac{567}{9}$$

$$\therefore n = 63$$

∴ दिलेल्या अंकगणिती श्रेढीचे 63 वे पद 560 आहे.

उदा. (i) 5, 8, 11, 14 ----- या अंकगणिती श्रेढीचे 100 वे पद काढा .  
येथे  $a=5$  आणि साधारण फरक म्हणजे  $d=3$  आहे.  $n = 100$

$$\begin{aligned}t_n &= a (n-1) d \\t_{100} &= 5 + (100 - 1) \times 3 \\&= 5 + 99 \times 3 \\&= 5 + 297 \\&= 302\end{aligned}$$

∴ या अंकगणिती श्रेढीचे 100 वे पद 302 आहे.

उदा. (ii) खालील अंकगणिती श्रेढीचे 19 वे पद काढा .

$$\begin{aligned}7, 13, 19, 25 \\a = 7, d = 6, n = 19 \\t_n &= a (n - 1) d \\t_{19} &= 7 + (19 - 1) \times 6 \\&= 7 + 18 \times 6 \\&= 7 + 108 \\&= 115\end{aligned}$$

∴ या अंकगणिती श्रेढीचे 19 वे पद 115 आहे.

उदा. (iii) 1 पासून 150 पर्यंत सर्व विषम संख्यांची बेरीज करा.

1 पासून 150 पर्यंतच्या सर्व विषम संख्या 1, 3, 5, 7, ....., 149.  
ही अंकगणिती श्रेढी आहे.

$a=1$   $d=2$  ( 150 ही सम संख्या आहे. )

1 पासून 150 पर्यंतच्या सर्व विषम किती? ते काढण्यासाठी  
आपल्याला आधी  $n$  ची किंमत काढावी लागेल.

$$\begin{aligned}t_n &= a (n-1) d \\t_{149} &= 1 + (n-1) \times 2 \\∴ 149 &= 1 + 2n - 2 \\∴ 149 &= 2n - 1 \\∴ 149 + 1 &= 2n \\∴ 150 &= 2n \\∴ n &= \frac{150}{2} \\∴ n &= 75\end{aligned}$$

आता आपल्याला पदांची बेरीज म्हणजे  $S_n$  काढायचा आहे.

आता  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 149$  या 75 पदांची बेरीज करू.

$$a=1, d=2, n=75$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) \\ &= \frac{75}{2} (2 \times 1 + (75-1) \times 2) \\ &= \frac{75}{2} (2 + 74 \times 2) \\ &= \frac{75}{2} \times 2 + 148 \\ &= \frac{75}{2} \times 150 \\ &= 75 \times 75 \\ &= 5625 \end{aligned}$$

∴ 1 ते 150 पर्यंतच्या सर्व विषम संख्यांची बेरीज 5625 आहे.

उदा. (v) अन्वर दर महिन्याला एका ठराविक रकमेची बचत करतो. पहिल्या महिन्यात तो 200 रु. बचत करतो. दुसऱ्या महिन्यात 250 रु. बचत करतो. तिसऱ्या महिन्यात 300 रु. बचत करतो. तर 1000 रु. बचत कितव्या महिन्यात होईल ? त्या महिन्यात त्याची एकूण किती बचत झालेली असेल ?

उकल : पहिल्या महिन्यात बचत 200 रु. दुसऱ्या महिन्यात बचत 250 रु. याप्रमाणे दरमहा होणारी बचत 200, 250, 300,.... ही अंकगणिती श्रेढी आहे. येथे  $a=200, d=50, t_n=1000$  चे सूत्र वापरून प्रथम  $n$  काढू व त्यावरून  $S_n$  काढू.

$$\begin{aligned} t_n &= a + (n-1)d \\ 1000 &= 200 + (n-1)50 \\ 1000 &= 200 + 50n - 50 \\ \therefore 1000 &= 150 + 50n \\ 150 + 50n &= 1000 \\ 50n &= 1000 - 150 \\ 50n &= 850 \\ \therefore n &= 17 \end{aligned}$$

1000 रु. बचत 17 व्या महिन्यात होईल.  
17 महिन्यात एकूण बचत किती ते शोधू.

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) \\ &= \frac{17}{2} (2 \times 200 + (17-1) \times 50) \\ &= \frac{17}{2} (400 + 800) \\ &= \frac{17}{2} (1200) \\ &= 17 \times 600 \\ &= 10200 \end{aligned}$$

17 महिन्यात एकूण बचत 10,200 रुपये.