

## विशेष गुणनफल और गुणनखंड

विशेष गुणनफल- इसका मतलब है जब हम बीजगणित पढ़ते हैं तो ऐसे गुणनफल भी मिलते हैं जिन्हें बार बार उपयोग में लेते हैं | हर बार पूरे चरण लिखना होता है | ऐसे बीजीय व्यंजकों को बनाने में मेहनत व समय कम हो इसके लिए विशेष गुणनफल का उपयोग करते हैं |

उदाहरण से समझने का प्रयास करते हैं -

$$1) (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$= a(a + b) + b(a + b)$$

$$= a \times a + a \times b + a \times b + b \times b$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

$$= a(a - b) - b(a - b)$$

$$= a \times a - a \times b - a \times b + b \times b$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

$$= (a - b)(a - b)$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

निम्न का गुणनफल ज्ञात कीजिए -

$$(2a + 3b)^2$$

$$= (2a + 3b)(2a + 3b)$$

$$= 2a(2a + 3b) + 3b(2a + 3b)$$

$$= 2a \times 2a + 2a \times 3b + 2a \times 3b + 3b \times 3b$$

$$= 4a^2 + 6ab + 6ab + 9b^2$$

$$= 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

$$(2a + 3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

प्रश्न विशेष गुणनफल का उपयोग करके हल कीजिए ।

$$101 \times 101$$

$$= (101)^2$$

$$= (100 + 1)^2$$

$$\begin{aligned}
&= (100+1) \times (100+1) \\
&= 100(100 + 1) + 1(100 + 1) \\
&= 100 \times 100 + 100 \times 1 + 100 \times 1 + 1 \times 1 \\
&= 100^2 + 100 + 100 + 1^2 \\
&= 10000 + 200 + 1 \\
&= 10201
\end{aligned}$$

**प्रश्न : 157 × 143 का गुणनफल ज्ञात कीजिए ।**

$$\begin{aligned}
&157 \times 143 \\
&= (150 + 7) (150 - 7) \\
&= (150)^2 - (7)^2 \\
&= 22500 - 49 \\
&= 22451
\end{aligned}$$

**प्रश्न : सरल कीजिए**

$$\frac{875 \times 875 \times 875 + 125 \times 125 \times 125}{875 \times 875 - 875 \times 125 + 125 \times 125}$$

हल

$$\frac{875 \times 875 \times 875 + 125 \times 125 \times 125}{875 \times 875 - 875 \times 125 + 125 \times 125}$$

$$= \frac{875^3 + 125^3}{875^2 - 875 \times 125 + 125^2}$$

$$= \frac{(875+125)(875^2 - 875 \times 125 + 125^2)}{875^2 - 875 \times 125 + 125^2}$$

$$= 875 + 125$$

$$= 1000$$

**गुणनखंड कीजिए  $x^2 + 11x + 24$**

हल

$$\begin{aligned} & x^2 + 11x + 24 \\ = & x^2 + (3 + 8)x + (3 \times 8) & 11 = (3 + 8) & 24 = \\ & (3 \times 8) \\ = & x x + 3x + 8x + 3 \times 8 \\ = & x(x + 3) + 8(x + 3) \\ = & (x + 3)(x + 8) \end{aligned}$$

**गुणनखंड कीजिए  $10y^2 + 11y - 6$**

हल

$$\begin{aligned} & 10y^2 + 11y - 6 \\ = & 10y^2 + 11y - 6 & 11 = 15 - 4 & 15 \times 4 = 10 \times 6 = 60 \\ = & 10y^2 + (15 - 4)y - 6 \\ = & 10y^2 + 15y - 4y - 6 \\ = & 2y \times 5y + 3 \times 5y - 2 \times 2y - 2 \times 3 \\ = & 5y(2y + 3) - 2(2y + 3) \\ = & (2y + 3)(5y - 3) \end{aligned}$$

**प्रश्न निम्न का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए**

**$27x^4y^2$  और  $3xy^3$**

3 और 27 का ल.स. 27

x की अधिकतम घात जो दोनों में उभयनिष्ठ =  $x^4$

y की अधिकतम घात जो दोनों में उभयनिष्ठ =  $y^3$

अतः ल. स. =  $27x^4y^3$

**$48y^7x^9$  और  $12y^3x^5$**

48 और 12 का ल.स. = 48

x की अधिकतम घात जो दोनों में उभयनिष्ठ =  $x^9$

$y$  की अधिकतम घात जो दोनों में उभयनिष्ठ =  $y^7$   
अतः ल.स. =  $48 x^9 y^7$

### **$18(x + 2)^3$ और $24(x^3 + 8)$**

हल: 18 और 24 का ल. स. = 72

$$(x + 2)^3 = (x + 2)(x + 2)(x + 2)$$

$$(x^3 + 8) = (x^3 + 2^3)$$

$$= (x + 2)(x^2 + (2x) + 2^2)$$

$$= (x + 2)(x^2 + (2x) + 4)$$

अतः बहुपदों का ल. स. =  $(x + 2)^3 (x^2 + (2x) + 4)$

### **प्रश्न निम्न का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए**

#### **$(x + 1)^3$ और $(x + 1)^2 (x - 1)$**

$$x^2 - 1 \text{ और } x^4 - 1$$

$$x^2 - 1 = x^2 - 1^2$$

$$= (x + 1)(x - 1)$$

$$x^4 - 1 = (x^2)^2 - (1^2)^2$$

$$= (x + 1)^2 (x - 1)^2$$

अतः बहुपदों का म. स. =  $(x + 1)(x - 1)$

#### **$x^3 - y^3$ और $x^2 - y^2$**

$$\text{हल: } x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + 2xy + y^2)$$

$$= (x - y)(x + y)^2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

अतः बहुपदों का म. स. =  $(x + y)(x - y)$