भौमितिक रचना

आपले घर बांधायचे असेल, तर घर कसे असावे ? याविषयी आपण चर्चा करतो आणि सर्वानुमते एक आराखडा तयार करतो. आपले घर आणि जो कृती आराखडा आहे ते परस्परांशी समरूप असतात. हे झाले आपल्या घरांविषयी असेच आपण काही आकृत्यांविषयी माहिती करूया.

दिलेल्या त्रिकोणाशी समरूप त्रिकोण कसा काढता येतो हे पाहूया.

एका त्रिकोणाची बाजू दिली असता, त्याच्याशी समरूप असणारा आणि गुणोत्तराची अट पूर्ण करणारा त्रिकोण काढणे.

दोन समरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू एकाच प्रमाणात असतात. आणि त्यांचे संगत कोन एकरूप असतात याचा उपयोग करून दिलेल्या त्रिकोणाशी समरूप असणारा त्रिकोण काढता येतो.

उदा. (1) $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, ΔABC मध्ये AB = 5.4 सेमी BC = 4.2 सेमी, AC = 6 सेमी AB : PQ = 3:2, तर ΔABC आणि ΔPQR काढा.

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ समरूप आहेत.

$\therefore$ त्यांच्या संगत बाजू एकाच प्रमाणात आहे.

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = \frac{3}{2}$ ---------(1)

या ठिकाणी आपल्याला ΔABC च्या बाजूंची मापे दिली आहेत.
दिलेल्या मापावरून ΔABC काढूया त्याच बरोबर AB:PQ = 3:2 हे सुद्धा दिलेले आहे.

AB, BC, AC या बाजूंची लांबी माहीत असल्याने वरील समीकरणावरून PQ, QR, PR या बाजूंच्या लांबी मिळतील.

समीकरण (1) वरून

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = \frac{3}{2}$

AB = 5.4, BC = 4.2, AC = 6 तसेच AB:PQ = $\frac{3}{2}$

$\frac{AB}{PQ} = \frac{3}{2}$

$\frac{5.4}{PQ} = \frac{3}{2}$

तिरकस गुणाकार करून

$5.4 \times 2 = PQ \times 3$

$10.8 = PQ \times 3$

$\frac{10.8}{3} = PQ$

$3.6 = PQ$

एका घरानंतर दशांश चिन्ह आहे म्हणून 3.6 सेमी.

PQ=3.6 सेमी

याच पद्धतीने दुसऱ्या बाजूचे माप काढूया.

आपल्याला माहीत आहे सर्व बाजू एकाच प्रमाणात आहे.

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$$

$$\frac{5.4}{3.6} = \frac{4.2}{QR}$$

तिरकस गुणाकार करून

5.4 x QR=3.6 x 4.2

$$QR = \frac{3.6 \times 4.2}{5.4}$$

$$QR = \frac{15.12}{5.4}$$

QR=28

आता एका घरानंतर दशांश चिन्ह द्यायचे आहे.

QR=2.8सेमी.

याच पद्धतीने तिसऱ्या बाजूचे माप काढूया.

$$\frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

$$\frac{4.2}{2.8} = \frac{6.0}{PR}$$

4.2 x PR=2.8 x 6.0

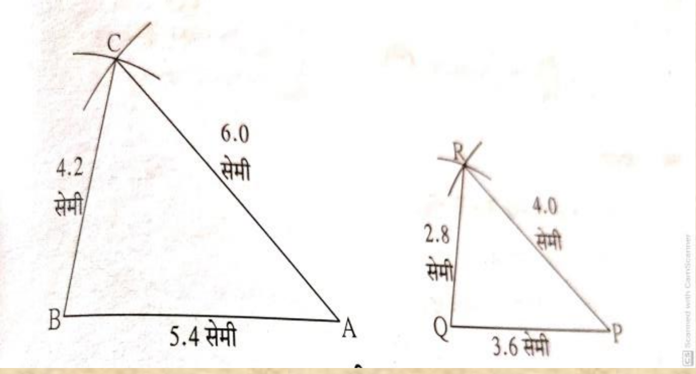
$$PR = \frac{2.8 \times 6.0}{4.2}$$

$$PR = \frac{16.8}{4.2}$$

PR=4.0 सेमी.

दशांश चिन्हाचा विचार नाही करायचा नेहमी प्रमाणे गुणाकार करायचा.

ΔABC मध्ये AB=5.4 सेमी, BC=4.2 सेमी, AC= 6.0 सेमी.
ΔPQR मध्ये PQ=3.6 सेमी QR=2.8 सेमी PR=4.0 सेमी.



ΔPQR च्या सर्व बाजूची लांबी माहीत झाल्याने आपण या त्रिकोणाची रचना करू.

दिलेल्या वर्तुळाला त्यावरील बिंदुतून स्पर्शिका काढणे.

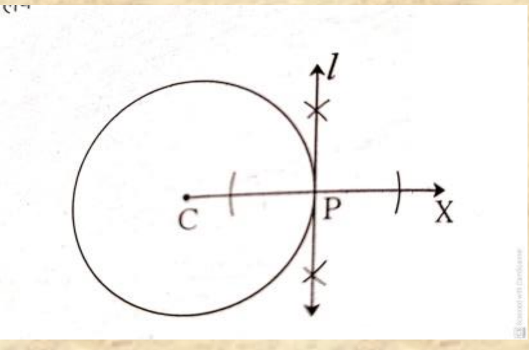
वर्तुळ केंद्राचा उपयोग करून दिलेल्या वर्तुळाला त्यावरील बिंदुतून स्पर्शिका काढणे. समजा C केंद्र असलेल्या वर्तुळावरील P बिंदुतून जाणारी रेषा L ही स्पर्शिका काढायची आहे. वर्तुळाच्या बाह्य टोकाशी काढलेली लंब रेषा ही त्या वर्तुळाची स्पर्शिका असते या गुणधर्माचा उपयोग करू. समजा त्रिज्या CP काढली तर रेख CP ⊥ रेषा L म्हणजे त्रिज्या CP ला बिंदू P मधून जाणारी लंब रेषा काढली की, ती अपेक्षित स्पर्शिका होईल.

रचनेच्या पायऱ्या :

रेषेवरील दिलेल्या बिंदुतून जाणाऱ्या त्या रेषेला लंब असणाऱ्या रेषेची रचना येथे करावी लागते. म्हणून सोयीसाठी किरण CP काढून रेषा L ची रचना करू.

- केंद्र C असलेला एक वर्तुळ काढा.
- त्यावर P हा एक बिंदू घ्या आणि किरण CP काढा.
- P बिंदूच्या पुढे वाढवलेल्या किरणला x हे नाव दया.
- किरण CP मध्ये निम्म्यापेक्षा जास्त अंतर घ्या.
- आता कंपासचे टोक P बिंदूवर ठेऊन दोन्ही बाजूला चाप मारा.
- आता कंपासचे टोक मारलेल्या चापावर ठेऊन रेषेला खाली वर चाप मारून घ्या, तसेच
- कंपासचे टोक दुसऱ्या चापावर ठेऊन रेषेच्या खाली वर चाप मारा.

हे दोन्ही चाप ज्या ठिकाणी छेदले तिथून एक सरळ रेषा काढा. त्या रेषेला L नाव द्या.
बिंदू P मधून Cx ला लंब रेषा L ही आहे.
रेषा L ही P बिंदुतून जाणारी वर्तुळाची अपेक्षित स्पर्शिका आहे .



समरूप त्रिकोण काढणे.

उदा. त्रिकोण ABC शी समरूप असणारा ΔA'BC' असा काढा की, AB; A'B=5:7

विश्लेषण : बिंदू B, A, A' तसेच बिंदू B ,C , C' हे एक रेषीय घेऊ. ΔABC~Δ A'BC' आणि AB : A'B = 5:7

∴ ΔABC च्या बाजू Δ A'BC'च्या संगत बाजूपेक्षा लहान असणार तसेच

∠ABC ≅ ∠ A'BC'

आता $\frac{BC}{BC'}=\frac{5}{7}$

∴ रेख BC चे 5 समान भाग केले तर त्यातील एका भागाच्या 7 पट रेख BC' ची लांबी असेल.

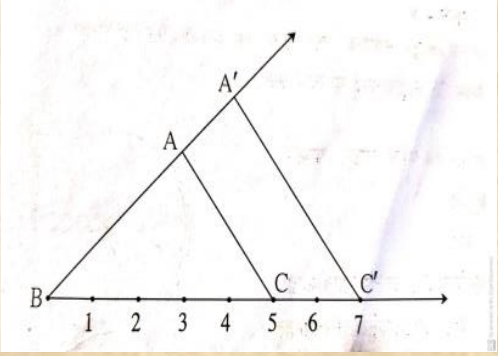
∴ ΔABC काढून BC चे 5 भाग करू बिंदू C' हा किरण BC वर B पासून 7 भाग अंतरावर असेल.

प्रमाणाच्या मुलभूत प्रमेयानुसार, बिंदू C′ मधून बाजू AC ला समांतर रेषा काढली, तर ती वाढवलेल्या किरण BA ला ज्या बिंदूत छेदते, तो A′ हा बिंदू असेल. रेख A′C′ काढून Δ A′BC′ हा अपेक्षित त्रिकोण मिळेल .

रचनेच्या पायऱ्या :

- ΔABC हा कोणताही त्रिकोण काढा. ज्याचा पाया BC असेल.
- ΔABC च्या बाजू BA आणि BC पुढे वाढवा.
- रेख BC चे 5 समान भाग करा. किरण BC वर बिंदू C′ असा घ्या की, रेख BC′ ची लांबी रेख BCच्या एका भागाच्या 7 पट असेल.
- रेख AC ला C′ मधून समांतर रेषा काढा. ती रेषा किरण BA ला जिथे छेदते, त्या बिंदुला A′ हे नाव दया.

  Δ A′BC′ हा ΔABC शी समरूप असलेला इष्ट त्रिकोण आहे.



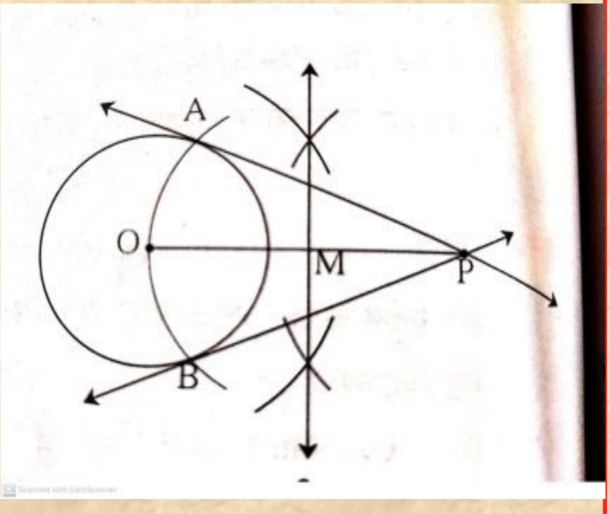
दिलेल्या वर्तुळाला त्याबाहेरील दिलेल्या बिंदुतून स्पर्शिका काढणे.

केंद्र O असलेल्या वर्तुळाला बाह्यभागात बिंदू P आहे . बिंदू P मधून काढलेल्या स्पर्शिका या वर्तुळाला बिंदू A आणि बिंदू B मध्ये स्पर्श करतात बिंदू A आणि B यांची वर्तुळावरील स्थाने निश्चित करता आली, तर स्पर्शिका PA आणि PB काढता येतील. कारण त्रिज्या OA आणि OB काढल्या, तर त्रिज्या OA ⊥ रेषा PA आणि त्रिज्या OB ⊥ रेषा PB

ΔQAP व ΔOBP हे काटकोन त्रिकोण असून,OP त्या दोन्हीचा कर्ण आहे. रेख OP व्यास असणारे वर्तुळ काढले, तर ते केंद्र O असणाऱ्या वर्तुळाला त्या बिंदूत छेदते ते A आणि B असतील. कारण अर्धवर्तुळात आंतरलिखित केलेला कोन काटकोन असतो

रचनेच्या पायऱ्या :

- केंद्र ‘O’असलेले कोणत्याही त्रिज्येचे एक वर्तुळ काढा.
- वर्तुळाला बाह्यभागात P हा एक बिंदू घ्या.
- रेख OP काढा. रेख OP चा लंबदुभाजक काढून रेख OP ला ज्या ठिकाणी छेदते तिथे M हे नाव द्या. M हा मध्यबिंदू असेल.
- बिंदू M ला केंद्र मानून OM ही त्रिज्या या आधारावर एक वर्तुळ कंस काढा.
- हा वर्तुळ कंस दिलेल्या वर्तुळाला बिंदू A आणि बिंदू B मध्ये छेदतो. रेषा PA व PB काढा.



रेषा PA व PB ह्या वर्तुळाच्या अपेक्षित स्पर्शिका आहेत.