

# रैखिक समीकरण

एक बीजीय व्यंजक का मान उसमे उपस्थित चर राशि पर निर्भर करता है। एक चर वाला बहुपद जिसकी घात 1 है, एक चर वाला रैखिक बहुपद कहलाता है। एक समीकरण में हमेशा बराबर होता है। चिह्न के बाईं ओर के व्यंजक (बायाँ पक्ष LHS) का मान चिह्न के दाईं ओर के व्यंजक (दायाँ पक्ष RHS) के बराबर है।

उदाहरण :  $3x + 2 = 14$ ;

एक चर वाले रैखिक समीकरण : किसी समीकरण में यदि एक चर हो व उस की घात एक हो तो वह समीकरण एक चर में रैखिक समीकरण कहलाती है।

उदाहरण : (i)  $2y - 3 = 3y + 4$

(ii)  $3x - 7 = 2x + 3$

(iii)  $2x - 7 = 8 - x$

**एक चर में रैखिक समीकरण का व्यापक स्वरूप  $ax + b = 0$ ,  $a \neq 0$  है, जहाँ  $a$  तथा  $b$  अचर हैं।**

दो चरों में रैखिक समीकरण का व्यापक स्वरूप  $ax + by + c = 0$ , जहाँ  $a$ ,  $b$  तथा  $c$  वास्तविक संख्याएँ हैं। और  $a$  तथा  $b$  में से कम से कम 1 शून्येतर है।

**एक चर में रैखिक समीकरण का हल : वह संख्या जिसे समीकरण में चर के स्थान पर रखने से LHS तथा RHS बराबर हो जाये, समीकरण का हल कहलाता है।**

उदाहरण :

$$\Rightarrow 5 + x = 8$$

5 दायाँ पक्ष (RHS) में ले जाने पर

(चिह्न बदल जाता है + का - )

$$\Rightarrow x = 8 - 5$$

$$\Rightarrow x = 3$$

उत्तर -अतः समीकरण का हल  $x = 3$  है।

**समीकरण  $2(x + 3) = 3(2x - 7)$  को हल कीजिए ।**

हल

$$2(x + 3) = 3(2x - 7)$$

$$\Rightarrow 2x + 6 = 6x - 21$$

$$\Rightarrow 21 + 6 = 6x - 2x \quad \text{दोनों पक्षों में अदला बदली करने पर}$$

$$\Rightarrow 27 = 4x$$

$$x = \frac{27}{4} \quad \text{उत्तर}$$

**दो संख्याओं का योग 85 है । यदि एक संख्या दूसरी से 7 अधिक है, तो संख्याएं ज्ञात कीजिए ।**

हल: माना कि वह संख्या  $= x$  है

तो दूसरी संख्या  $= x + 7$

प्रश्नानुसार दो संख्याओं का योग = 85

$$\Rightarrow x + (x + 7) = 85$$

$$\Rightarrow 2x + 7 = 85 \quad (\text{पक्षान्तरण करने पर})$$

$$\Rightarrow 2x = 85 - 7$$

$$\text{या } 2x = 78$$

$$\Rightarrow x = \frac{78}{2}$$

$$\Rightarrow x = 39$$

अतः पहली संख्या = 39 तथा दूसरी संख्या =  $39 + 7 = 46$  है ।

**दो चरों में रैखिक समीकरणों का हल :**

**हमें पता है कि दो चरों में रैखिक समीकरण का स्वरूप  $ax + by + c = 0$  है |**

क्योंकि समीकरण में दो चर होते हैं | अतः हल का अर्थ होता है,  $x$  तथा  $y$  के मानों का जोड़ा जो दिए हुए समीकरण को संतुष्ट करता है |

उदाहरण : समीकरण  $4x - 5y = 2$  के लिए जांच कीजिए कि क्या  $x = 3$  व  $y = 2$  इसके हल हैं |

हल

$$4x - 5y = 2$$

LHS में  $x = 3$  व  $y = 2$  रखने पर

$$\Rightarrow 4(3) - 5(2)$$

$$\Rightarrow 12 - 10 = 2 \text{ RHS}$$

अतः  $x = 3$  व  $y = 2$  इस समीकरण का एक हल है | इस हल को एक क्रमिक युग्म  $(3, 2)$  के रूप में लिखा जाता है जिसमें पहले  $x$  का व उसके बाद  $y$  का मान लिखा जाता है | इसी प्रकार  $(0, 4)$  भी एक अन्य हल है | इस प्रकार दो चरों वाले रैखिक समीकरणों के विभिन्न हलों का कोई अंत नहीं है | अतः दो चरों वाले रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनंत हल होते हैं |

दो चर वाले रैखिक समीकरण को हल करने की एक विधि को आलेखीय विधि तथा दूसरा विधि बीजीय विधि है | बीजीय विधि में दो तरह से हल किया जाता है प्रतिस्थापन एवं विलोपन विधि |

प्रतिस्थापन विधि में एक समीकरण से एक चर का मान ज्ञात कर उसे दूसरे समीकरण में प्रतिस्थापित कर देते हैं |

विलोपन विधि में हम किसी एक चर का मान निकालने के लिए दोनों समीकरणों के किसी एक पद  $x$  या  $y$  पद को समान करके जोड़ या घटाव करके विलुप्त कर देते हैं

|एक चर का जो मान मिलता है उसे किसी भी समीकरण में रखकर दुसरे चर का मान ज्ञात कर लेते है |

**सवाल -निम्न समीकरणों को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए**

$$3x + 2y = 11 \dots\dots\dots(1)$$

$$2x + 3y = 4 \dots\dots\dots(2)$$

हल समीकरण (1) से  $3x + 2y = 11$

$$3x = 11 - 2y$$

$$x = \frac{11-2y}{3} \dots\dots\dots(3)$$

समीकरण (2) में x का मान रखने पर

$$2x + 3y = 4$$

$$2\left(\frac{11-2y}{3}\right) + 3y = 4$$

$$\frac{22-4y}{3} + 3y = 4$$

$$\frac{22}{3} - \frac{4y}{3} + 3y = 4$$

$$-\frac{4y}{3} + 3y = 4 - \frac{22}{3}$$

$$\frac{-4y + 9y}{3} = \frac{12 - 22}{3}$$

$$\frac{5y}{3} = -\frac{10}{3}$$

$$5y = -10$$

$$y = \frac{-10}{5}$$

$$y = -2$$

y का मान समीकरण (3) में रखने पर

$$x = \frac{11-2y}{3}$$

$$x = \frac{11-2(-2)}{3}$$

$$x = \frac{11+4}{3}..$$

$$x = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

उत्तर अतः  $x = 5$  तथा  $y = 3$  प्राप्त हुआ

**सवाल -निम्न समीकरणों को विलोपन विधि से हल कीजिए**

$$2x + 3y = 4 \dots\dots\dots(1) \times 3$$

$$3x + 2y = 11 \dots\dots\dots(2) \times 2$$

हल

समीकरण (1) व (2) में x तथा y चर आपस में असमान है अतः इसके किसी एक चर को समान करना पड़ेगा

इसलिए समीकरण (1) में 2 तथा समीकरण (2) में 3 का गुणा करने पर

$$6x + 9y = 12 \dots\dots\dots(3)$$

$$6x + 4y = 22 \dots\dots\dots(4) \text{ समी (3) से समी (4) को घटाने पर}$$

$$\underline{\quad - \quad - \quad - \quad}$$

$$5y = -10$$

$$5y = \frac{-10}{5}$$

$$y = -2$$

$y$  का मान समीकरण 1 में रखने पर

$$2x + 3y = 4$$

$$2x + 3(-2) = 4$$

$$2x - 6 = 4$$

$$2x = 4 + 6$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

उत्तर अतः  $x = 5$  तथा  $y = -2$  समीकरण का हल है।