

23. કેટલાંક વિશિષ્ટ ખૂણાઓ માના ત્રિ-ગુણોતરો

PRATHAM EDUCATION FOUNDATION



0° થી 90° માટેના ત્રિ-ગુણોતરો દર્શાવતું કોષ્ટક :

ત્રિ- ગુણોતર	0°	30°	45°	60°	90°
sin q	$\sqrt{\frac{0}{4}}=0$	$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$
cos q	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$	$\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{0}{4}}=0$
tan q	$\sqrt{\frac{0}{4-0}}=0$	$\sqrt{\frac{1}{4-1}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{4-2}}=1$	$\sqrt{\frac{3}{4-3}}=\sqrt{3}$	વ્યાખ્યાયિત નથી
cot q	વ્યાખ્યાયિત નથી	$\sqrt{\frac{3}{4-3}}=\sqrt{3}$	$\sqrt{\frac{2}{4-2}}=1$	$\sqrt{\frac{1}{4-1}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{0}{4-0}}=0$
cosec q	વ્યાખ્યાયિત નથી	$\sqrt{\frac{4}{1}}=2$	$\sqrt{\frac{4}{2}}=\sqrt{2}$	$\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$
sec q	$\sqrt{\frac{4}{4}}=1$	$\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{4}{2}}=\sqrt{2}$	$\sqrt{\frac{4}{1}}=2$	વ્યાખ્યાયિત નથી

tan 90°, cot 0°, cosec 0° અને sec 90° નો શૂન્ય વડે ભાગાકાર વ્યાખ્યાયિત નથી તેથી આ પરિણામો વ્યાખ્યાયિત નથી.

સવાલ 1) કિંમત શોધો : $\cot^2 30^\circ \sec^2 45^\circ + \operatorname{cosec}^2 45^\circ \cos 60^\circ$

જવાબ : આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$\cot 30^\circ = \sqrt{3}, \sec 45^\circ = \sqrt{2}, \operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2} \text{ અને } \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & \cot^2 30^\circ \sec^2 45^\circ + \operatorname{cosec}^2 45^\circ \cos 60^\circ \\ &= (\sqrt{3})^2 (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 3 \times 2 + 2 \left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 6 + \frac{2}{2} \\ &= 6 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

સવાલ 2) સાબિત કરો કે : $\frac{\tan 45^\circ}{\operatorname{cosec} 30^\circ} + \frac{\sec 60^\circ}{\cot 45^\circ} - \frac{5 \sin 90^\circ}{2 \cos 0^\circ} = 0$

જવાબ : ડા.બા. = જ.બા.

$$\begin{aligned} &= \frac{\tan 45^\circ}{\operatorname{cosec} 30^\circ} + \frac{\sec 60^\circ}{\cot 45^\circ} - \frac{5 \sin 90^\circ}{2 \cos 0^\circ} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{1} - \frac{5(1)}{2(1)} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{1} - \frac{5}{2} \\ &= \frac{1 \times 1}{2 \times 1} + \frac{2 \times 2}{1 \times 2} - \frac{5 \times 1}{2 \times 1} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{4}{2} - \frac{5}{2} \\ &= \frac{1 + 4 - 5}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

સવાલ 3) સાબિત કરો કે : $\frac{4\cot^2 60^\circ + \sec^2 30^\circ - 4\sin^2 45^\circ}{\cos^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ} = \frac{4}{3}$

જવાબ : ડા.બા. = જ.બા.

$$= \frac{4\cot^2 60^\circ + \sec^2 30^\circ - 4\sin^2 45^\circ}{\cos^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ}$$

$$= \frac{4\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$= \frac{4 \times \frac{1}{3} + \frac{4}{3} - 2 \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{8}{3} - 1}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{4}}$$

$$= \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{3}$$

= જ.બા.

તેથી, $\frac{4\cot^2 60^\circ + \sec^2 30^\circ - 4\sin^2 45^\circ}{\cos^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ} = \frac{4}{3}$

સવાલ 4) $A = 30^\circ$ તો, $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$

જવાબ : $A = 30^\circ$ માટે,

$$\begin{aligned} \text{Sl.બા.} &= \sin 3A \\ &= \sin(3 \times 30^\circ) \\ &= \sin(90^\circ) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{અને જ.બા.} &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A \\ &= 3 \times \frac{1}{2} - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= \frac{3}{2} - 4 \times \frac{1}{8} \\ &= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{3-1}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

સવાલ 5) જો $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$, તો $\sin 15^\circ$ ની કિંમત શોધો ?

જવાબ : $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$ (1)

જ્યાં $A = 45^\circ$ અને $B = 30^\circ$ લેતાં,

સમીકરણ એક માં કિંમત મૂકતાં,

$$\sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\sin 15^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$$

સવાલ 6) જો $\tan 2x - \sqrt{3} = 0$ હોય, તો x ની કિંમત શોધો ?

જવાબ : $\tan 2x - \sqrt{3} = 0$

$$\tan 2x = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$2x = 60^\circ$$

તેથી $x = \frac{60}{2}$

$$x = 30^\circ$$

ત્રિકોણમિતીના ઉપયોગ :

સર્વેઇંગ, ખગોળશાસ્ત્ર અને નેવીગેશનમાં કેટલાંક અંતરો સીધાં માપી શકાતાં નથી. જેમકે ટાવરની ઊંચાઈ, ટેકરીની ઊંચાઈ, નદીની પહોળાઈ, બે અવકાશી બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર માપવા માટે ત્રિકોણમિતીય ગુણોતરોની મદદથી ત્રિકોણમિતીની અંતર અને ઊંચાઈની રીતે ઘણી અગત્યની છે.

ક્ષિતિજ કિરણ / સમ ક્ષિતિજ કિરણ :

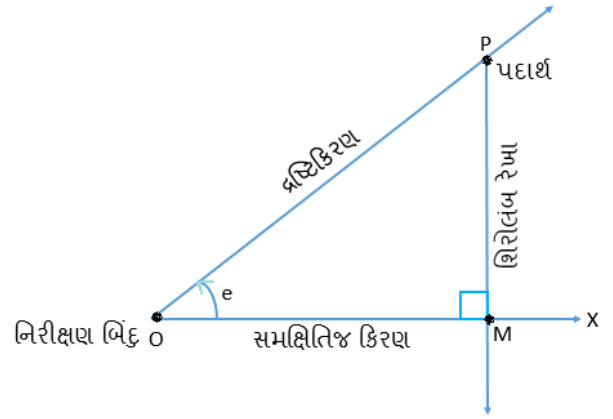
નિરીક્ષકની આંખમાંથી નીકળતાં અને પૃથ્વીની સપાટીને સમાંતર કિરણને ક્ષિતિજ કિરણ કહે છે.

દ્રષ્ટિકિરણ :

નિરીક્ષકની આંખમાંથી નીકળતાં અને નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થમાંથી પસાર થતા કિરણને દ્રષ્ટિકિરણ ખે છે.

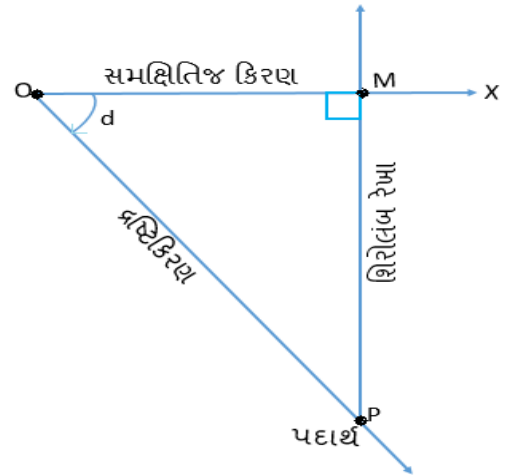
ઉત્સેધકોણ / ઉજાતકોણ :

જો નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ નિરીક્ષકની આંખથી ઉંચે હોય, તો નિરીક્ષણ બિંદુથી તે પદાર્થ તરફના દ્રષ્ટિકિરણ અને નિરીક્ષણ બિંદુ માંથી પસાર થતા સમક્ષિતિજ કિરણના યોગગણથી બનતાં ખૂણાને તે પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુને સાપેક્ષ ઉત્સેધકોણ કહે છે. અહીં, ક્ષિતિજ કિરણ, અવલોકનકાર અને પદાર્થ એક જ શિરોલંબ સમતલમાં છે.



અવસેધકોણ / અવનત કોણ :

જો નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ નિરીક્ષકની આંખથી નીચે હોય, પણ નિરીક્ષકની બિલકુલ નીચે ન હોય ત્યારે નિરીક્ષણ બિંદુમાંથી પસાર થતાં સમક્ષિતિજ કિરણ અને નિરીક્ષણ બિંદુથી તે પદાર્થ તરફના દ્રષ્ટિકિરણના યોગથી બનતાં ખૂણાને તે પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુને સાપેક્ષ અવસેધકોણ કહે છે.



દાખલાની ગણતરીમાં લગભગ મૂલ્યો :

- (1) $\sqrt{3} = 1.73$
- (2) $\sqrt{2} = 1.41$
- (3) $\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.58$

સવાલ 7) ઘરની બારીએ ઢળકતી એક સીડી જમીન સાથે 60° નો ખૂણો બનાવે છે, જો સીડીની લંબાઈ 6 મીટર હોય, તો તેનો છેડો કેટલો દુર હશે?

જવાબ : ધારોકે AB દીવાલ, AC સીડી અને જમીન અને સીડી વચ્ચે 60° ખૂણો બને છે અને સીડીની લંબાઈ AC = 6 મીટર આપેલી છે.

C આગળ સીડીનો ઉત્સેધકોણ 60° છે.

$$\therefore m\angle ACB = 60^\circ$$

કાટકોણ ΔABC માં,

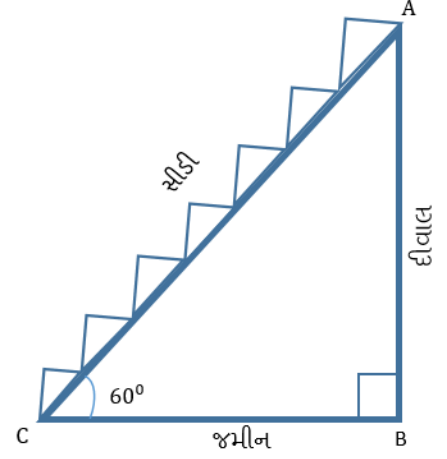
$$\cos 60^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{BC}{6}$$

$$\therefore \frac{1 \times 6}{2} = BC$$

$$\therefore BC = 3 \text{ મીટર}$$

આમ, સીડીનો છેડો 3 મીટર દુર હશે.



સવાલ 8) એક મિનારો જમીન સાથે કાટખૂણો બનાવે છે. ટાવરના તળીએથી 30 મીટર દુરના સ્થળેથી જોતાં મિનારાની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 30 માલુમ પડે છે, તો મિનારાની ઊંચાઈ શોધો ($\sqrt{3} = 1.73$)

જવાબ : ધોરોકે મિનારાની ઊંચાઈ h મીટર, જમીન પર બિંદુ B થી 30 મીટર દુર બિંદુ C આવેલું છે.

C આગળ મિનારાનો ઉત્સેધકોણ 30° છે.

$$\therefore m\angle ACB = 30^\circ$$

કાટકોણ $\triangle ABC$ માં,

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{30}$$

$$\therefore \frac{1 \times 30}{\sqrt{3}} = h$$

$$\therefore \frac{30}{\sqrt{3}} = h$$

$$\therefore h = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore h = \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

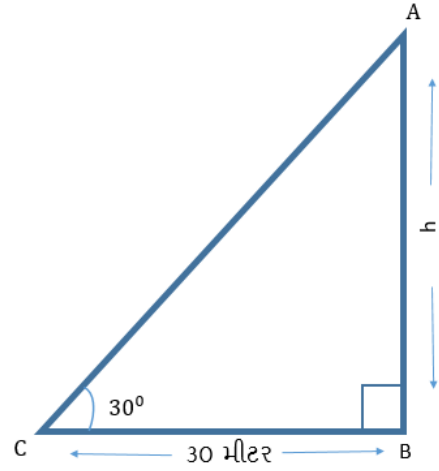
$$\therefore h = \frac{30\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore h = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore h = 10 \times 1.73$$

$$\therefore h = 17.3 \text{ મીટર}$$

આમ, મિનારાની ઊંચાઈ 17.3 મીટર છે.



સવાલ 9) એક બલુન 100 મીટર લાંબા કેબલ (વાયર) થી મેટ્રોલોજીક ગ્રાઉન્ડ સ્ટેશન સાથે જોડાયેલું છે, આ કેબલ જમીન સાથે 60 નો ખૂણો બનાવે છે, તો બલુનની ઊંચાઈ શોધો?

જવાબ : ધોરોકે બલુનની ઊંચાઈ h મીટર, કેબલની લંબાઈ 100 મીટર આપેલી છે.

C આગળ મિનારાનો ઉત્સેધકોણ 60° છે.

$$\therefore m\angle ACB = 60^\circ$$

કાટકોણ ΔABC માં,

$$\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{100}$$

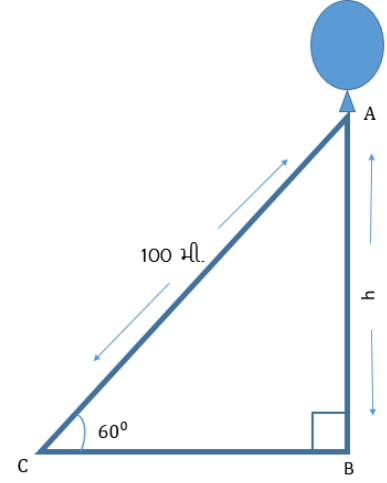
$$\therefore h = \frac{\sqrt{3} \times 100}{2}$$

$$\therefore h = \sqrt{3} \times 50$$

$$\therefore h = 50\sqrt{3}$$

$$\therefore h = 50 \times 1.73$$

$$\therefore h = 86.5 \text{ મીટર}$$



આમ, બલુનની ઊંચાઈ 86.5 મીટર છે.

સવાલ 10) વાવાઝોડામાં એક ઊંચું ઝાડ વચ્ચેથી ભાંગીને નીચે નમી ગયું જેની ઝાડની ટોચ જ્યાં જમીનને અડે છે ત્યાં તે 30 નો ખૂણો બનાવે છે અને આ જમીન પર આવેલી ટોચ અને ઝાડના થડ વચ્ચેનું અંતર 10 મીટર છે તો ઝાડની ઊંચાઈ શોધો?

જવાબ : ધારોકે અહીં ઝાડ AC, B બિંદુ પાસે તૂટીને વળી જાય છે તેથી CB ભાગનું સ્થાન BD બને છે અને ઝાડની ટોચ જમીનને D આગળ સ્પર્શે છે.

આમ, AD = 10 મીટર, અને $m\angle ADB = 30^\circ$

ΔDAB માં,

$$\tan 30 = \frac{AB}{AD}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{10}$$

$$\therefore AB = \frac{10}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(1)$$

હવે,

$$\cos 30 = \frac{AD}{BD}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{BD}$$

$$\therefore BD = \frac{10 \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BD = \frac{20}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(2)$$

આમ, ઝાડની ઊંચાઈ,
AC = AB + BC

$$= \frac{10}{\sqrt{3}} + \frac{20}{\sqrt{3}} \quad (\text{જ્યાં } BD = BC \text{ ઝાડની ટોચ})$$

$$= \frac{10 + 20}{\sqrt{3}}$$

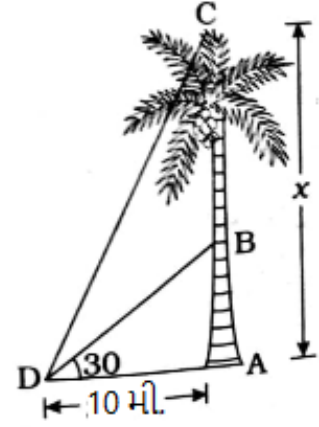
$$= \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{30\sqrt{3}}{3}$$

$$= 10\sqrt{3}$$

$$= 10 \times 1.73 = 17.3 \text{ મીટર}$$

આમ, ઝાડની ઊંચાઈ 17.3 મીટર થશે.



સવાલ 11) જ્યારે સૂર્યનો ઉત્સેધકોણ 45° થી 60° થાય ત્યારે ટાવરનો પડછાયો 10 મીટર વધે છે, તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો?

જવાબ : ધારોકે ટાવર AB ની ઊંચાઈ h મીટર છે C અને D બિંદુઓ એવા છે કે જ્યાંથી અનુક્રમે સૂર્યનો ઉત્સેધકોણ 45° થી 60° જોવા મળે છે.

આમ, CD = 10 મીટર, $m\angle ACB = 45^\circ$ અને $m\angle ADB = 60^\circ$

ધારોકે BD = x મી. છે.

BC = BD + CD = x + 10 મી.

હવે,

કાટકોણ, ΔABC માં,

$$\tan 45 = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \frac{h}{x+10} = 1$$

$$\therefore x = h - 10 \text{ મી.} \dots\dots\dots(1)$$

ફરીથી,

કાટકોણ, ΔABD માં,

$$\tan 60 = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{h}{x} = \sqrt{3}$$

$$h = \sqrt{3}(h - 10) \text{ મી.} \dots\dots\dots(2)$$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$$h = \sqrt{3}(h - 10)$$

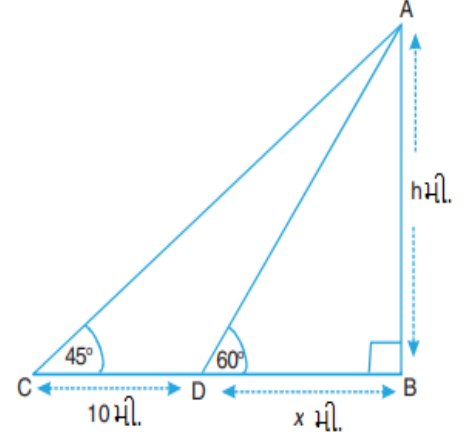
$$h = \sqrt{3}h - 10\sqrt{3}$$

$$10\sqrt{3} = \sqrt{3}h - h$$

$$10\sqrt{3} = h(\sqrt{3} - 1)$$

$$h = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$$

$$h = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$



$$h = \frac{10\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)\sqrt{3} + 1}$$

$$h = \frac{10\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$h = 5\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$$

$$h = 5\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{3} \times 1$$

$$h = 5 \times 3 + 5\sqrt{3}$$

$$h = 15 + 5\sqrt{3}$$

$$h = 15 + 5\sqrt{3}$$

$$h = 15 + 5 \times 1.73$$

$$h = 15 + 8.65$$

$$h = 22.65 \text{ મીટર (લગભગ)}$$

આમ, ટાવરની ઊંચાઈ લગભગ 22.65 મીટર છે.

સવાલ 12) એક વિમાન 300 મીટરની ઊંચાઈએ ઉડી રહ્યું છે તેની નીચે એક બીજું વિમાન પણ ઉડી રહ્યું છે. બંને એક જ લંબ રેખામાં આવે છે. ત્યારે જમીન પરના એક બિંદુઓથી તેમના ઉત્સેધકોણ અનુક્રમે 60° અને 45° માલુમ પડે છે. બંને વિમાન વચ્ચેનું અંતર શોધો ?

જવાબ : ધારોકે અવલોકન બિંદુ O છે અને P અને Q એ બે વિમાન છે.

પક્ષ $AP = 3000$ મી અને $\angle AOQ = 45^\circ$

અને $\angle AOP = 60^\circ$

\angle d $\angle QAO$,

$$\frac{AQ}{AO} = \tan 45^\circ = 1$$

$$AQ = AO \quad \dots(i)$$

\angle d $\angle PAO$,

$$\frac{PA}{AO} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

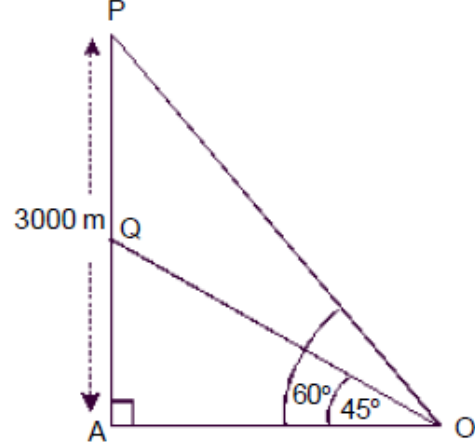
$$\frac{3000}{AO} = \sqrt{3} \text{ or } AO = \frac{3000}{\sqrt{3}} \quad \dots(ii)$$

પરિણામ (i) અને (ii), પરથી

$$AQ = \frac{3000}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1000\sqrt{3} = 1732 \text{ મી}$$

$$PQ = AP - AQ = (3000 - 1732) \text{ m} = 1268 \text{ મી}$$

આમ, બંને વિમાન વચ્ચેનું ઉભું અંતર 1268 મીટર છે.



સવાલ 13)

એક ટાવરના તળિયેથી સામેના મકાનની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 30° જણાય છે અને આ મકાનના તળિયેથી પેલા ટાવરની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 60° જણાય છે. જો ટાવરની ઊંચાઈ 50 મીટર હોય, તો મકાનની ઊંચાઈ શોધો?

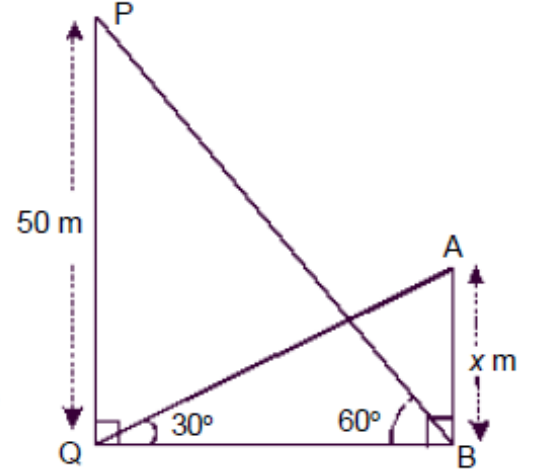
જવાબ :

ધારોકે PQ ટાવર છે અને AB મકાન છે.

50 મી $\angle AQB = 30^\circ$ અને $\angle PBQ = 60^\circ$

$$\angle d \Delta ABQ, \frac{x}{BQ} = \tan 30^\circ \quad \dots(i)$$

$$\text{કારકોણ } \angle d \Delta PQB, \frac{PQ}{BQ} = \tan 60^\circ \text{ મિ } \dots(ii)$$



પરિણામ (i) ને (ii), ભાગતાં

$$\frac{x}{50} = \frac{\tan 30^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{50}{3} = 16.67$$

મકાનની ઊંચાઈ = 16.67 મી

સવાલ 14) નદીના એક કિનારે ઊભેલો માણસ બીજા કિનારે રહેલા ઝાડની ટોચને જુએ છે તો ઉત્સેધકોણ 60° જણાય છે. આ માણસ કિનારાના કાટખૂણે નદીની વિરુદ્ધ દિશામાં 40 મીટર ચાલીને ફરી ઝાડની ટોચને જુએ છે, ત્યારે ઉત્સેધકોણ 30° નો માલુમ પડે છે. ઝાડની ઉંચાઈ અને નદીની પહોળાઈ શોધો. ($\sqrt{3} = 1.732$ લો.)

જવાબ :

અહીં, PM ઝાડ છે, OM નદીની પહોળાઈ દર્શાવે છે.

આમ, $m\angle PMB = 90$ અને $OA = 40$ મી. આપેલા છે,

ધારો કે, $OM =$ નદીની પહોળાઈ $= x$ મી.
તથા $PM =$ ઝાડની ઉંચાઈ $= h$ મી. છે.

$$\therefore AM = OM + OA = x + 40$$

$$\text{કાટકોણ } \triangle PMO \text{ માં, } \tan 60 = \frac{PM}{OM}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = \sqrt{3} x \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{કાટકોણ } \triangle PAM \text{ માં, } \tan 30 = \frac{PM}{AM}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+40} \dots \dots \dots (2)$$

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી,

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} x}{x+40} \quad (\because h = \sqrt{3}x \text{ લેતા સમી. 1 પરથી})$$

$$\therefore x + 40 = \sqrt{3}x \times \sqrt{3}$$

$$\therefore x + 40 = 3x$$

$$\therefore 3x - x = 40$$

$$\therefore x = 20 \text{ મી.}$$

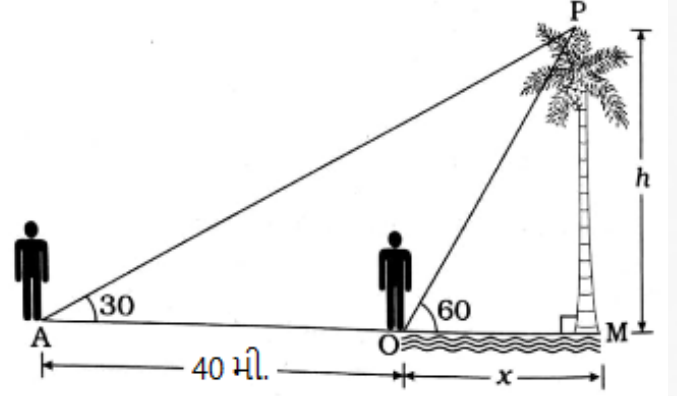
$$\text{હવે, } h = \sqrt{3}x \quad (\because \text{સમી. 1 પરથી})$$

$$= \sqrt{3} \times 20$$

$$= 1.73 \times 20$$

$$= 34.6 \text{ મી.}$$

આમ, નદીની પહોળાઈ $= OM = x = 20$ મી. અને ઝાડની ઉંચાઈ $= PM = h = 34.6$ મી. છે.



સવાલ 15) 100 મીટર ઊંચા ટાવરની ટોચ પર ઉભા રહી સ્વાતિ ટાવરની સામસામેની બાજુએ ઉભેલી બે મોટર કાર જુએ છે જો તેમનાં અવસેધ બાજુએ ઉભેલી બે મોટરકાર જુએ છે જો તેમનાં અવસેધ (અવનતકોણ) અનુક્રમે 60° અને 45° હોય તો બે મોટરકાર વચ્ચેનું અંતર શોધો?

જવાબ : ધારોકે ટાવર $PM = 100$ મીટર છે A અને B બે મોટરકાર છે.

A નો અવસેધકોણ $m \angle QPA = 60^\circ$ અને $m \angle RPB = 45^\circ$ નો અવસેધકોણ

$$\angle QPA = 60^\circ = \angle PAB$$

$$\angle RPB = 45^\circ = \angle PBA$$

$\Delta PMB,$

$$\frac{PM}{MB} = \tan 45^\circ$$

$$\frac{100}{MB} = 1$$

$$MB = 100 \text{ મીટર}$$

...(i)

હવે કાટકોણ $\Delta PMA,$

$$\frac{PM}{MA} = \tan 60^\circ$$

$$\frac{100}{MA} = \sqrt{3}$$

$$MA = \frac{100}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{100\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{100 \times 1.732}{3}$$

$$= 57.74$$

$$MA = 57.74 \text{ મીટર}$$

...(ii)

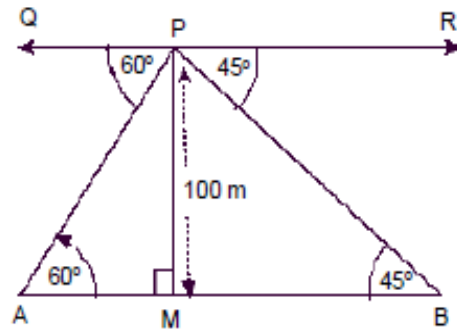
$$AB = MA + MB$$

$$= (57.74 + 100)$$

સમીકરણ (i) અને (ii) પરથી,

$$= 157.74 \text{ મીટર}$$

આમ, બંને મોટરકાર વચ્ચેનું અંતર 157.74 મીટર છે.



સવાલ 16) સમાન ઊંચાઈના બે સ્તંભો 100 મીટર પહોળા રસ્તાની બંને બાજુએ ઉભા કરેલા છે. સ્તંભ વચ્ચેના રસ્તાના કોઈ બિંદુએ સ્તંભના ટોચના ઉત્સેધકોણ 60° અને 30° છે. સ્તંભોની ઊંચાઈ શોધો?

જવાબ : ધારોકે AB અને CD h મીટર ઊંચાઈના સ્તંભો છે. રસ્તા ઉપરનું બિંદુ O છે અને OB = x મીટર છે.

$$OD = (100 - x) \text{ મીટર}$$

$$\angle AOB = 60^\circ \text{ and } \angle COD = 30^\circ$$

ΔABO ,

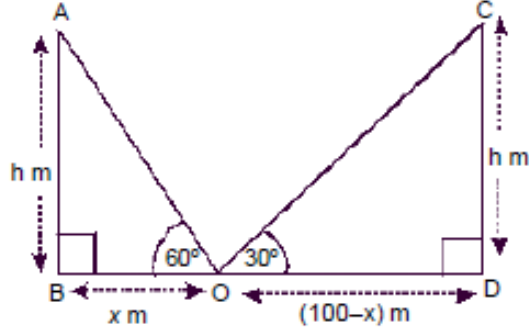
$$\frac{h}{x} = \sqrt{3}$$

$$h = \sqrt{3} x \quad \dots(i)$$

ΔCDO ,

$$\frac{CD}{OD} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{h}{100 - x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \dots(ii)$$



પરિણામ (i) અને (ii) પરથી,

$$\frac{\sqrt{3}x}{100 - x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3x = 100 - x$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$

પરિણામ (i) માં x ની કિંમત મૂકતા,

$$h = \sqrt{3} \times 25$$

$$= 1.73 \times 25$$

$$= 43.25 \text{ મીટર}$$

આમ, સ્તંભોની ઊંચાઈ 43.25(લગભગ) મીટર છે.