

13. યતુષ્કોણ

PRATHAM EDUCATION FOUNDATION



યતુષ્કોણ :

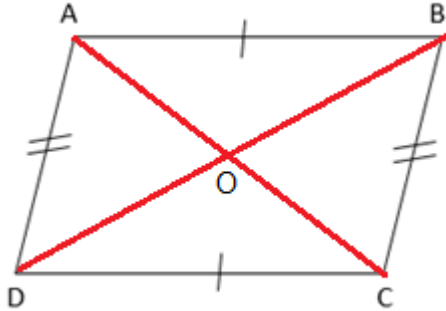
- ચારેય બાજુથી બંધ આકૃતિને યતુષ્કોણ કહેવાય છે.
- ચાર બાજુ / ચાર ખુણા / ચાર શિરોબિંદુ
- ચારેય ખુણાઓના માપનો સરવાળો 360° થાય છે.
- સંકેત : \square (યતુષ્કોણ) ABCD એમ દર્શાવાય છે.

પ્રકાર :

1) સમાંતર બાજુ યતુષ્કોણ :

જે યતુષ્કોણમાં સામ-સામેની બાજુઓની બંને જોડ સમાંતર હોય તેને સમાંતર બાજુ યતુષ્કોણ કહેવાય.

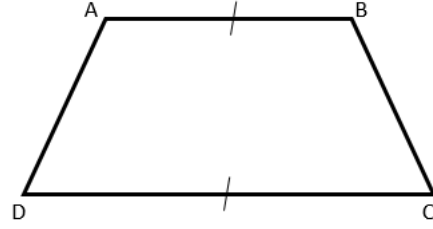
- ✓ નીચેની આકૃતિમાં સમાંતર બાજુ : $AB \parallel DC$ અને $AD \parallel BC$
- ✓ સામ-સામેના ખુણાઓના માપ સમાન : $\angle A = \angle C$ અને $\angle B = \angle D$
- ✓ સામ-સામેની બાજુઓના માપ સમાન હોય : $AB = DC$ અને $AD = BC$
- ✓ વિકર્ણો એકબીજાને ઢ્વીભાગે છે : AC અને BD
- ✓ વિકર્ણો સરખાં માપના ન હોય



2) સમલંબ ચતુષ્કોણ :

જે ચતુષ્કોણની સામ સામેની કોઈ એક જોડ સમાંતર હોય, તેને સમલંબ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.

- ✓ નીચેની આકૃતિમાં સમાંતર બાજુ : $AB \parallel DC$ છે.
- ✓ સામ-સામેના ખુણાઓના માપનો સરવાળો 180° : $\angle A + \angle C = 180^\circ$
અને $\angle B + \angle D = 180^\circ$



3) સમબાજુ ચતુષ્કોણ :

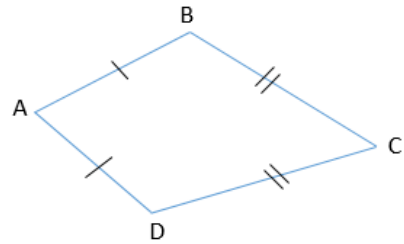
જે ચતુષ્કોણની બધીજ બાજુઓના માપ સમાન હોય તેને સમબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.

- ✓ બાજુઓના માપ સમાન : $AB = BC = CD = AD$
- ✓ સામ-સામેના ખુણાઓના માપ સમાન : $\angle A = \angle C$ અને $\angle B = \angle D$
- ✓ વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે ઢીભાગે
- ✓ વિકર્ણોના માપ સમાન ન હોય

4) પતંગાકાર ચતુષ્કોણ :

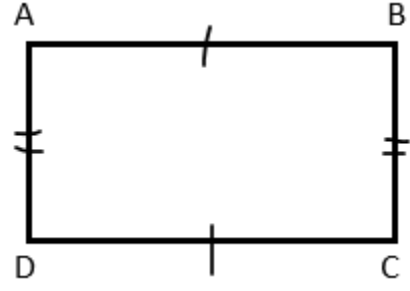
પાસ પાસેની બાજુઓની ફક્ત બે જોડ સમાન લંબાઈની હોય તેવા ચતુષ્કોણને પતંગાકાર ચતુષ્કોણ કહેવાય.

- ✓ વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે હોય
- ✓ એક વિકર્ણ બીજા વિકર્ણને દુભાગે
- ✓ $\angle B = \angle D$ પરંતુ $\angle A \neq \angle C$



5) લંબચોરસ :

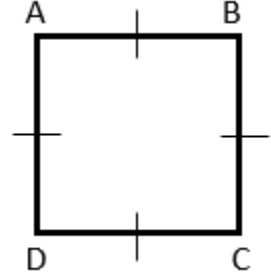
- ✓ સામ-સામેની બાજુઓના માપ સમાન
- ✓ દરેક ખૂણો કાટખૂણો
- ✓ વિકર્ણોના માપ સમાન
- ✓ વિકર્ણો એકબીજાને ઢીલાગે



6) ચોરસ :

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ, સમબાજુ ચતુષ્કોણ અને લંબ ચોરસના બધાજ ગુણધર્મો

- ✓ બધીજ બાજુઓના માપ સમાન
- ✓ દરેક ખૂણો કાટખૂણો
- ✓ વિકર્ણોના માપ સમાન
- ✓ વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણો ઢીલાગે



સવાલ 1) સમબાજુ ચતુષ્કોણના બે આસન્ન કોણ 4:5 ના પ્રમાણમાં છે. તેના તમામ ખુણાના માપ શોધો ?

જવાબ : આપણે જાણીએ છીએ કે સમબાજુ ચતુષ્કોણના બે આસન્ન ખૂણાનો સરવાળો 180° છે.

ધારો કે ચતુષ્કોણ ABCDના દરેક ખુણાઓ x છે, જેમાં

$\angle A$ અને $\angle B$ 4:5 ના પ્રમાણમાં છે.

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^{\circ}$$

અર્થાત,

$$4x + 5x = 180^{\circ}$$

$$\therefore 9x = 180^{\circ}$$

$$\therefore x = \frac{180}{9}$$

$$\therefore x = 20$$

માટે, ચતુષ્કોણના બંને ખુણાઓ,

$$\angle A = 4(x) = 4(20) = 80$$

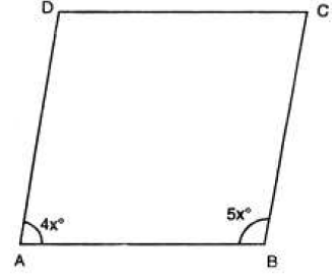
$$\angle B = 5(x) = 5(20) = 100$$

સમબાજુ ચતુષ્કોણના સામ સામેના ખુણાઓ સમાન હોય :

$$\therefore \angle A = \angle C = 80$$

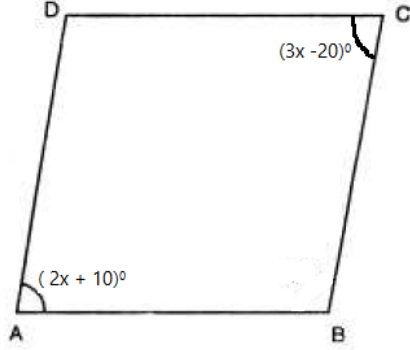
$$\text{અને } \angle B = \angle D = 100$$

આમ, સમ બાજુ ચતુષ્કોણના દરેક ખુણાઓ અનુક્રમે $\angle A = 80$, $\angle B = 100$, $\angle C = 80$ અને $\angle D = 80$ થશે.



સવાલ 2) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD, $\angle A = (2x + 10)^\circ$ અને $\angle C = (3x - 20)^\circ$ તો x ની કિંમત શોધો?
છે, તો $\angle A$ અને $\angle D$ શોધો.

જવાબ : આપણે જાણીએ છીએ કે સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના સામ સામેના ખુણાઓના માપ સમાન હોય છે.



$\therefore \angle A = \angle C$ (સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના સામ સામેના ખુણાઓ)

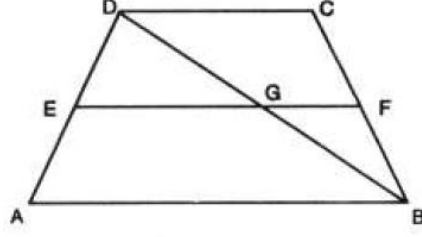
$$\therefore 2x + 10 = 3x - 20$$

$$\therefore 3x - 2x = 10 + 20$$

$$\therefore x = 30$$

સવાલ 3)

નીચે આપેલી આકૃતિમાં ABCD એ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે જેમાં AD અને BC અસમાનતર બાજુઓ છે અને E એ AD નું મધ્યબિંદુ છે. EF \parallel AB દર્શાવો કે F એ BC નું પણ મધ્યબિંદુ છે.



જવાબ :

ΔABD માં,

EG \parallel AB અને AD નું મધ્યબિંદુ E હોય તો

\therefore G એ BD નું મધ્યબિંદુ છે.

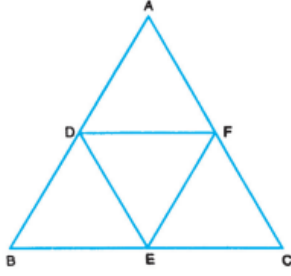
ΔDBC માં,

FG \parallel CD અને BD અને G DB નું મધ્યબિંદુ છે,

\therefore F એ BC નું મધ્યબિંદુ છે.

સવાલ 4)

ABC સમબાજુ ત્રિકોણ છે, જેમાં D, E અને F અનુક્રમે બાજુઓ AB, BC અને CA ના મધ્યબિંદુઓ છે સાબિત કરો કે DEF પણ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.



જવાબ :

આપેલી માહિતીમાં ABC સમબાજુ ત્રિકોણ છે તેથી $AB = BC = AC$ થાય.

અને તેમનાં મધ્ય બિંદુઓ અનુક્રમે D, E અને F પરથી,

ΔDEF અને ΔABC માં,

D એ AB નું મધ્યબિંદુ છે અને F એ AC નું મધ્યબિંદુ છે.

$$\therefore DF \parallel BC \text{ અને } DF = \frac{1}{2} BC$$

$$\therefore 2DF = BC \dots \dots \dots (1)$$

તે જ પ્રમાણે,

$$DE = \frac{1}{2} AC$$

$$\therefore 2DE = AC \dots \dots \dots (2)$$

અને,

$$EF = \frac{1}{2} AB$$

$$\therefore 2EF = AB \dots \dots \dots (3)$$

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી,

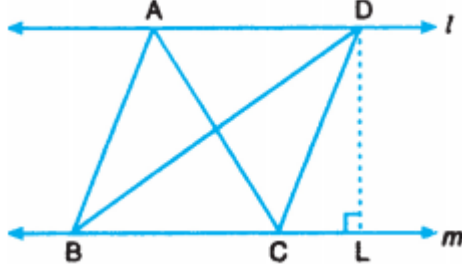
$$\cancel{2}DF = \cancel{2}DE = \cancel{2}EF$$

$$\therefore DF = DE = EF \text{ થાય.}$$

આમ, DEF એ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

સવાલ 5)

નીચે આપેલી આકૃતિમાં ΔABC નું ક્ષેત્રફળ 18 ચો.સેમી. આપેલ છે જો વેધ 4.5 સેમી. હોય, તો ΔBCD નો પાયો શોધો ?



જવાબ :

અહીં ΔABC નું ક્ષેત્રફળ = 18 ચો.સેમી. અને વેધ (DL) = 4.5 સેમી. આપેલ છે.

ધારોકે ΔBCD નો પાયો x સેમી છે.

ΔBCD નું ક્ષેત્રફળ = ΔABC નું ક્ષેત્રફળ = 18 ચો.સેમી²

$$\therefore \Delta BCD \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{વેધ}$$

$$18 = \frac{1}{2} x \times DL$$

$$18 = \frac{1}{2} x \times 4.5$$

$$18 = \frac{4.5}{2} x$$

$$18 \times 2 = 4.5 x$$

$$36 = 4.5 x$$

$$x = \frac{36}{4.5}$$

$$x = \frac{36 \times 10}{45}$$

$$x = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5}{3 \times 3 \times 5}$$

$$x = 2 \times 2 \times 2$$

$$x = 8 \text{ સેમી.}$$

આમ, ΔBCD નો પાયો 8 સેમી થશે.