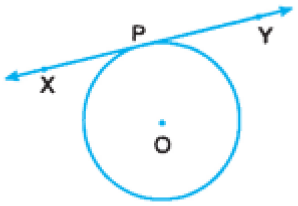
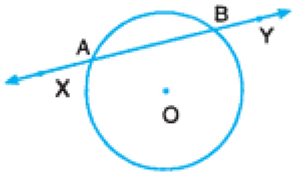
સ્પર્શક : રેખા કે જે વર્તુળને બરાબર એક બિંદુએ સ્પર્શે છે તે સ્પર્શક રેખા કહેવાય છે અને બિંદુ કે જ્યાં તે વર્તુળને સ્પર્શે છે તેને સ્પર્શબિંદુ કહે છે.

અહીં, રેખા XY એ વર્તુળની સ્પર્શ રેખા છે અને બિંદુ P એ સ્પર્શબિંદુ છે.



છેદીકા : રેખા કે જે વર્તુળ બે ભિન્ન બિંદુમાં છેદે છે તેને છેદીકા કહેવાય છે.

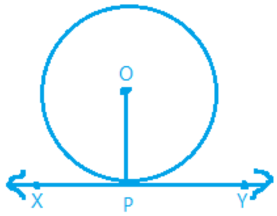
અહીં, XY એ વર્તુળની છેદીકા છે. A અને B રેખા XY અને O કેન્દ્રવાળા વર્તુળનાં છેદન બિંદુઓ છે.



સ્પર્શ અને ત્રિજ્યા :

વર્તુળના સ્પર્શબિંદુ માંથી દોરેલી ત્રિજ્યા તે બિંદુએ સ્પર્શકને લંબ હોય છે.

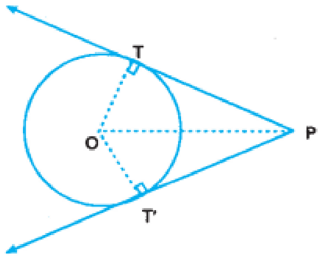
અહિં, XY રેખા એ O કેન્દ્રિત વર્તુળને બિંદુ P માં સ્પર્શે છે. તેથી OP⊥ XY થશે.



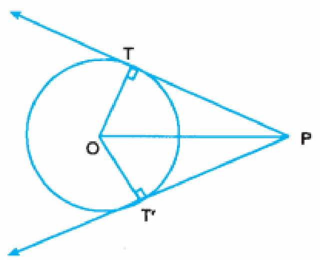
વર્તુળના બહારનાં બિંદુમાંથી દોરેલા સ્પર્શક :

વર્તુળના બાહ્ય બિંદુ માંથી દોરેલાં સ્પર્સકોની જોડની લંબાઈ સમાન હોય છે .

અહીં, O કેન્દ્રિત વર્તુળના બાહ્ય ભાગમાં P બિંદુ અંકિત કર્યું છે, જે બાહ્ય બિંદુ માંથી વર્તુળને બે સ્પર્શક PT અને PT′ ની લંબાઈ સમાન છે.



સવાલ 1) નીચે આપેલી આકૃતિમાં 7 સેમી. ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના કેન્દ્રથી 25 સેમી. અંતરે બિંદુ P માંથી સ્પર્સકો PT અને PT′ દોરવામાં આવેલ છે તો PT અને PT′ ની લંબાઈ શોધો ?



જવાબ : અહીં, વર્તુળની ત્રિજ્યા OT = OT′ =7 સેમી., OP = 25 સેમી. અને $\angle OTP = 90^0$આપેલ છે.

$\therefore$ કાટકોણ ΔOTP માં,

$(OP)^2 = (OT)^2 + (PT)^2$

$(25)^2 = (7)^2 + (PT)^2$

$(PT)^2 = (25)^2 - (7)^2$

$(PT)^2 = 625 - 49$

$(PT)^2 = 576$

PT = 24 (બંને બાજુ વર્ગમૂળ લેતાં)

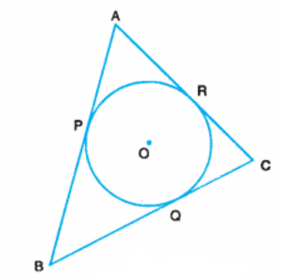
આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળના બાહ્ય બિંદુ માંથી દોરેલા સ્પર્શકોની જોડ સામન હોય છે.

$\therefore$ PT = PT′

$\therefore$ PT′ = 24 સેમી.

આમ, વર્તુળના સ્પર્શક PT અને PT′ ની લંબાઈ 24 સેમી. થશે.

સવાલ 2) નીચે આપેલી આકૃતિમાં A, B અને C, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળના ત્રણ બાહ્ય બિંદુઓ છે. સ્પર્શકો AP, BQ અને CR અનુક્રમે 3 સેમી., 4 સેમી. અને 3.5 સેમી. લંબાઈના છે. તો Δ ABC ની પરિમિતિ શોધો.



જવાબ : આપલે માહિતી મુજબ O કેન્દ્રિત વર્તુળના સ્પર્શકોની લંબાઈ AP =3 સેમી., BQ = 4 સેમી. અને CR = 3.5 સેમી. આપેલી છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળના બાહ્ય બિંદુ માંથી દોરેલા સ્પર્શકોની જોડ સામન હોય છે.

∴ AP = AR = 3 સેમી.

તેવીજ રીતે, BQ = BP = 4 સેમી.

અને CR = CQ = 3.5 સેમી. થાય.

તે પરથી, AB = AP + BP

= 3 + 4

= 7 સેમી. ....(1)

BC = BQ + CQ

= 4 + 3.5

= 7.5 સેમી. ....(2)

AC = AR + CR

= 3 + 3.5

= 6.5 સેમી. ....(3)

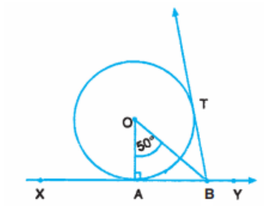
ΔABC ની પરિમિતિ = AB + BC + AC (પરિણામ 1, 2 અને 3 પરથી)

= 7 + 7.5 +6.5

= 21 સેમી.

આમ, ΔABC ની પરિમિતિ 21 સેમી. થશે.

સવાલ 3) નીચે આપેલી આકૃતિમાં $\angle AOB = 50^0$ છે, તો $\angle ABO$ અને $\angle OBT$ શોધો ?



જવાબ : અહી, $\angle AOB = 50^0$ અને $OA \perp XY$ આપેલ છે.

$\therefore \angle OAB = 90^0$ ($OA \perp XY$ પરથી,)

$\therefore \angle AOB + \angle OBA + \angle OAB = 180^0$ (ત્રિકોણના ત્રણેય ખુણાઓના માપનો સરવાળો)

$\therefore 50 + \angle OBA + 90 = 180^0$

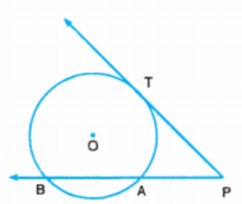
$\therefore \angle OBA = 180 - 90 + 50$

$\therefore \angle OBA = 180 - 140$

$\therefore \angle OBA = 40^0$

આમ, $\angle OBA = 40^0$ થશે.

સવાલ 4) નીચે આપેલી આકૃતિમાં PAB છેદીકા છે અને PT સ્પર્શ રેખા છે. જો PT =x સેમી. PA = 4 સેમી. અને AB= 5 સેમી. હોય, તો x નું મુલ્ય શોધો.



જવાબ : અહી, PA = 4 સેમી. અને AB = 5 સેમી. આપેલ છે.

$PB = AB + PA$

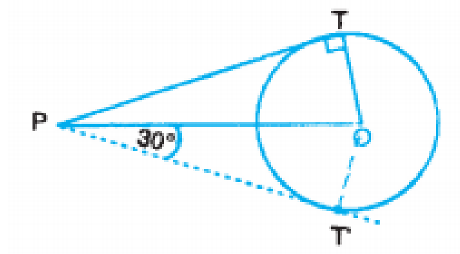
$= 5 + 4$

$= 9$

$\therefore PA \times PB = PT^2$
$\therefore 4 \times 9 = PT^2$
$\therefore 36 = PT^2$
$\therefore PT = 6$ (બંને બાજુ વર્ગમૂળ લેતાં)
$\therefore PT = x = 6$ સેમી.

આમ, x નું મુલ્ય 6 સેમી. થશે.

સવાલ 5) નીચે આપેલી આકૃતિમાં OT =7 સેમી. અને OP =25 સેમી હોય, તો PT ની લંબાઇ શોધો. જો PT′ વર્તુળનો બીજો સ્પર્શક હોય, તો PT′ અને ∠POT શોધો.



જવાબ : અહી આપેલ માહિતીમાં OT = 7 સેમી. અને OP = 25 સેમી તથા ∠POT′ = 30^0 આપેલ છે.

∴ કાટકોણ ΔOTP માં,

$(OP)^2 = (OT)^2 + (PT)^2$

$(25)^2 = (7)^2 + (PT)^2$

$(PT)^2 = (25)^2 - (7)^2$

$(PT)^2 = 625 - 49$

$(PT)^2 = 576$

PT = 24 સેમી. (બંને બાજુ વર્ગમૂળ લેતાં)

PT = PT′ (વર્તુળના સ્પર્શકોની જોડના માપ સમાન)

PT′ = 24 સેમી.

આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળને સ્પર્શક એ સ્પર્શ બિંદુ એ દોરેલી ત્રીજ્યાને લંબ હોય છે.

∴ ∠POT′ + ∠OPT′ + OT′P = 180^0 (ત્રિકોણના ત્રણેય ખુણાઓના માપનો સરવાળો)

∴ ∠POT + 30 + 90 = 180^0

∴ ∠POT = 180 – 90 + 30

∴ ∠POT = 180 – 120

∴ ∠POT = 60^0

આમ, PT =24 સેમી., PT′ = 24 સેમી અને ∠POT = 60^0 થશે.