

## દ્વિઘાત સમીકરણ

નીચે આપેલ સમીકરણ માંથી ક્યાં સમીકરણ દ્વિઘાત સમીકરણ છે ?

(A)  $3x^2 = 5$

(B)  $x^2 + 2x + 3 = 0$

(C)  $x^3 + 1 = 3x^2$

(D)  $(x + 1)(x + 3) = 2x + 1$

(E)  $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$

(F)  $x^2 + \sqrt{x} + 1 = 0$

(A)  $3x^2 = 5$  આ દ્વિઘાત સમીકરણ છે કારણ કે  $3x^2 = 5$  ને આપણે  $3x^2 - 5 = 0$  દ્વારા વ્યક્ત કરીશકીએ છીએ.

(B)  $x^2 + 2x + 3 = 0$  આ દ્વિઘાત સમીકરણ છે કારણ કે  $x^2 + 2x + 3$  આ એક દ્વિઘાત બહુપદી છે.

(C)  $x^3 + 1 = 3x^2$

$x^3 - 3x^2 + 1 = 0$  આ દ્વિઘાત સમીકરણ નથી કારણ કે  $x$  ની મહત્તમ ઘાત 3 છે.

(D)  $(x + 1)(x + 3) = 2x + 1$

$$x(x + 3) + 1(x + 3) = 2x + 1$$

$$x^2 + 3x + x + 3 = 2x + 1$$

$$x^2 + 4x - 2x = 1 - 3$$

$x^2 + 2x + 2 = 0$  આ  $ax^2 + bx + cz = 0$  સમીકરણ હવે પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં છે, એટલા માટે આ દ્વિઘાત સમીકરણ છે.

(E)  $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$

$$x^2 + 1 = \frac{5}{2}x$$

$$2x^2 + 2 = 5x$$

$2x^2 - 5x + 2 = 0$  यह  $ax^2 + bx + cz = 0$  સમીકરણ હવે પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં છે, એટલા માટે આ દ્વિઘાત સમીકરણ છે.

(F)  $x^2 + \sqrt{x} + 1 = 0$

આ દ્વિઘાત સમીકરણ નથી કારણ કે આ એક દ્વિઘાત બહુપદી નથી, કારણ કે અહીં ચલની ઘાત પૂર્ણ સંખ્યા નથી.  $\{\sqrt{x}\}$

નીચેનાં માંથી ક્યાં સમીકરણો દ્વિઘાત સમીકરણો છે.

(i)  $3x^2 + 5 = x^3 + 1$

(ii)  $(5y + 1)(3y - 1) = y + 1$

(iii)  $\frac{x^2+1}{x+1} = \frac{5}{2}$

$$2(x^2 + 1) = 5(x+1)$$

$$2x^2 + 2 = 5x + 5$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$
 અર્થાત આં દ્વિઘાત સમીકરણ છે.

(iv)  $3x + 2x^2 = 5x - 4$

નીચે આપેલાં સમીકરણો માંથી ક્યાં સમીકરણો પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં છે ? જે સમીકરણો પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં નથી તેમને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(i)  $3y^2 - 2 = y + 1$

(ii)  $5 - 3x - 2x^2 = 0$  આ પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં નથી, તેનું પ્રમાણિત સ્વરૂપ  $-2x^2 - 3x + 5 = 0$  છે.

(iii)  $(3t - 1)(3t + 1) = 0$

$$3t(3t + 1) - 1(3t + 1) = 0$$

$$9t^2 + 3t - 3t - 1 = 0$$

$$9t^2 - 1 = 0$$

$$9t^2 + 0t - 1 = 0$$
 હવે આ પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં છે.

(iv)  $5 - x = 3x^2$

નીચે આપેલ સમીકરણોને અવયવો પાડીને ઉકેલ મેળવો.

1.  $(2x + 3)(x + 2) = 0$

ઉકેલ :  $(2x + 3)(x + 2) = 0$

$2x + 3 = 0$  યા  $x + 2 = 0$

$x = \frac{3}{2}$  યા  $x = -2$

2.  $3x^2 - 4x - 7 = 0$

3.  $x^2 - 5x - 6 = 0$

4.  $25x^2 - 10x + 1 = 0$

$25x^2 - 10x + 1 = 0$

$25x^2 - 5x - 5x + 1 = 0$

$5x(5x-1) - 1(5x-1) = 0$

$(5x-1)(5x-1) = 0$

$(5x-1) = 0$

$x = \frac{1}{5}$

5.  $4x^2 - 8x + 3 = 0$

દ્વિઘાત સમીકરણ  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$  માં જો

1.  $D = b^2 - 4ac > 0$  હોય તો સમીકરણના બે વાસ્તવિક ભિન્ન બીજ થશે.

2.  $D = b^2 - 4ac = 0$  હોય તો સમીકરણના બે વાસ્તવિક સમાન બીજ થશે.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

3.  $D = b^2 - 4ac < 0$  સમીકરણનું એક પણ વાસ્તવિક બીજ નહીં હોય કારણ કે ઋણ વાસ્તવિક સંખ્યાનું વર્ગમૂળ વાસ્તવિક સંખ્યા નથી.

બીજ નક્કી કર્યા સિવાય નીચેનાં સમીકરણના બીજનું સ્વરૂપ (બીજની સંખ્યા) વિષે અભિપ્રાય આપો :

(i)  $4x^2 - 12x + 9 = 0$

(ii)  $25x^2 + 20x + 4 = 0$

આપેલ સમીકરણ  $25x^2 + 20x + 4 = 0$  ને  $ax^2 + bx + cz = 0$  સાથે સરખાવતાં આપણને

$a = 25$ ,  $b = 20$ ,  $c = 4$  મળે.

રફ કામ:

$5 \times 5 = 5 + 5 = 10$

$-5 \times -5 = -5 - 5 = -10$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (20)^2 - 4 \times 25 \times 4$$

$$D = 400 - 400$$

$$D = 0$$

આમ, સમીકારના બે વાસ્તવિક સમાન બીજ છે.

$$(iii) x^2 - x + 1 = 0$$

સમીકરણ  $x^2 - x + 1 = 0$  ને  $ax^2 + bx + cz = 0$  સાથે સરખાવતાં આપણને

$$a = 1, b = -1, c = 1 \text{ મળે}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1$$

$$D = 1 - 4$$

$$D = -3$$

$D < 0$  હોવાથી. સમીકરણનું એક પણ વાસ્તવિક બીજ નહીં હોય કારણ કે ઋણ વાસ્તવિક સંખ્યાનું વર્ગમૂળ વાસ્તવિક સંખ્યા નથી.

**પૂર્ણવર્ગની રીતેનીયે આપેલાં સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.**

$$(i) x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$a = 1, b = -15, c = 50$$

$$x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4(1)(50)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{225 - 200}}{2}$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$x = \frac{15 + 5}{2}$	$x = \frac{15 - 5}{2}$
$x = \frac{20}{2}$	$x = \frac{10}{2}$
$x = 10$	$x = 5$



$$(ii) 21 + x = 2x^2$$

$$(iii) 2x^2 - x - 6 = 0$$

### વ્યવહારિક કોયડા

1. બે ક્રમિક બેકી પ્રાકૃતિક સંખ્યાના વર્ગોનો સરવાળો 164 થાય છે તો તે સંખ્યા શોધો.

જવાબ : ધારોકે પ્રથમ બેકી પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ  $x$  છે અને બીજી બેકી પ્રાકૃતિક સંખ્યા  $x + 2$  છે.

આ બે ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો 164 હોવાથી,

પ્રશ્નાનુસાર,

$$\therefore x^2 + (x + 2)^2 = 164$$

$$\therefore x^2 + x^2 + 2(x)(2) + 2^2 = 164$$

$$\therefore x^2 + x^2 + 4x + 4 = 164$$

$$\therefore 2x^2 + 4x = 164 - 4$$

$$\therefore 2x^2 + 4x = 160 \text{ (બંને બાજુ 2 વડે ભાગતાં)}$$

$$\therefore x^2 + 2x = 80$$

$$\therefore x^2 + 10x - 8x - 80 = 0$$

$$\therefore x(x + 10) - 8(x + 10) = 0$$

$$\therefore (x - 8)(x + 10) = 0 \text{ છે, તેથી}$$

$$x - 8 = 0 \text{ અથવા } x + 10 = 0$$

$$x = + 8 \text{ અથવા } x = - 10$$

હવે,  $x$  એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા હોવાથી  $x = -10$  હોઈ શકે નહીં.

આમ, પ્રથમ પ્રાકૃતિક બેકી સંખ્યા  $x = 8$

અને બીજી પ્રાકૃતિક બેકી સંખ્યા  $x + 2 = 8 + 2 = 10$  થશે.

2. બે ક્રમિક એક પૂર્ણાંકોના વર્ગોનો સરવાળો 290 થાય છે તો તે અંક શોધો?

3. એક લંબ ચોરસ બગીચાની લંબાઈ તેની પહોળાઈ 7 મીટર વધારે છે બગીચાનું ક્ષેત્રફળ 144 ચો.મી. છે. તો બગીચાની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.

4. બે અંકોની સંખ્યામાં દશકનો આંક એકમનાં અંકના બમણા કરતાં 2 વધારે છે જો તે અંકોનો ગુણાકાર 24 હોય તો તે સંખ્યા શોધો.

ઉકેલો : ધારોકે તે સંખ્યાનો એકમનો અંક  $x$  છે.

$$\text{ત્યારે દશકનો અંક} = 2x + 2$$

પ્રશ્નાનુસાર અંકોનો ગુણાકાર = 24

$$\text{અર્થાત } x(2x + 2) = 24$$

$$x(2x) + x(2) = 24$$

$$2x^2 + 2x = 24$$

$$2x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0 \text{ \{ બંને બાજુ 2 વડે ભાગતાં \}}$$

$$x^2 + 4x - 3x - 12 = 0$$

$$x(x + 4) - 3(x + 4) = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ or } x + 4 = 0$$

$$x = 3 \text{ or } x = -4$$

કારણ કે કોઈ પણ સંખ્યાનો એકમનો અંક રુનાતામ્ક સંખ્યા ન હોય એટલા માટે તે સંખ્યાનો એકમનો અંક = 3

$$\text{સંખ્યાનો દશકનો અંક} = 2(3) + 2 = 8$$

આમ, તે સંખ્યા = 83 છે.

5. બે અંકોની સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો 13 છે જો તેમના વર્ગોનો સરવાળો 89 છે તો તે સંખ્યા શોધો.



6. કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણનું માપ 13 સેમી છે અને બાકીની બાજુઓના માપનો તફાવત 7 સેમી હોય તો ત્રિકોણની બાકીની બંને બાજુઓના માપ શોધો.

જવાબ : ધારોકે કાટકોણ ત્રિકોણની એક બાજુનું માપ  $x$  સેમી છે તેથી બીજી બાજુ  $x - 7$  થશે.

પ્રશ્નानુંસાર,

$$(\text{કર્ણ})^2 = (\text{એક બાજુનો})^2 + (\text{બીજી બાજુનો})^2$$

$$\Rightarrow (13)^2 = (x)^2 + (x - 7)^2$$

$$\Rightarrow 169 = x^2 + x^2 - 2(x)(7) + 7^2$$

$$\Rightarrow 169 = x^2 + x^2 - 14x + 49$$

$$\Rightarrow 169 = 2x^2 - 14x + 49$$

$$\Rightarrow 169 - 49 = 2x^2 - 14x$$

$$\Rightarrow 120 = 2x^2 - 14x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0 \quad (\text{બંને બાજુ 2 વડે ભાગતાં,})$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 12) + 5x(x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 5)(x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow x + 5 = 0 \quad \text{અથવા} \quad x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 - 5 \quad \text{અથવા} \quad x = 0 + 12$$

$$\Rightarrow x = -5 \quad \text{અથવા} \quad x = 12$$

$$x = -5 \text{ હોઈ શકે નહીં.}$$

$\therefore$  કાટકોણ ત્રિકોણની એક બાજુ  $x = 12$  સેમી

અને બીજી બાજુ  $x - 7 = 12 - 7 = 5$  સેમી છે.

આમ, કાટકોણ ત્રિકોણની બાકીની બે બાજુઓ 5 સેમી અને 12 સેમી થશે.