

25. મધ્યવર્તી સ્થિતીનાં માપો

PRATHAM EDUCATION FOUNDATION



સમજ :

લોકોની વાતોમાં આવતા સરેરાશઝડપ , સરેરાશ વરસાદ, સરેરાશ ઊંચાઈ , સરેરાશગુણ , વગેરે શબ્દો તમે સાંભળ્યા હશે. જો આપણે કહીએ કે વિદ્યાર્થીઓની સરેરાશ ઊંચાઈ 150 સેમી છે , તો એનો અર્થ એવો નથી કે બધા વિદ્યાર્થીઓ 150 સેમી ઊંચાઈ ધરાવે છે પણ એણાંથી એવો અર્થ લેવા જોઈએ કે વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ 150 સેમી આસપાસની છે . કેટલાક વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ તેથી ઓછી હોય, કેટલાકની તેથી વધુ હોય અને કેટલાકની બરોબર 150 સેમી હોય.

સવાલ 1) ઘઉંની ચાર થેલીઓનું કિલોગ્રામમાં વજન અનુક્રમે 103, 105, 102 અને 104 છે, તો આ થેલીઓનો મધ્યક શોધો ?

$$\begin{aligned}\text{જવાબ : વજનનો મધ્યક } (\bar{x}) &= \frac{103 + 105 + 102 + 104}{4} \\ &= \frac{414}{4} \\ &= 103.5 \text{ કી.ગ્રા.}\end{aligned}$$

આમ, થેલીઓનો મધ્યક 103.5 કી.ગ્રા. થાય.

સવાલ 2) 6 અવલોકનો નો મધ્યક 40 છે એમ ગણાય ગયા પછી ખબર પડી કે એક અવલોકન ભૂલથી 82 ને બદલે 28 લેવાયું છે. તો સાચો મધ્યક શોધો ?

જવાબ : અહીં,

$$\begin{aligned}\text{મધ્યક } (\bar{x}) &= \frac{\sum xi}{n} \\ 40 &= \frac{\sum xi}{6} \\ 40 \times 6 &= \sum xi \\ 240 &= \sum xi\end{aligned}$$

સાચો સરવાળો = પ્રથમ મેળવેલો સરવાળો – ખોટો પ્રાપ્તક – સાચો પ્રાપ્તક

$$= 240 - 28 + 82$$

$$= 294$$

$$\begin{aligned}\text{સાચો મધ્યક} &= \frac{294}{6} \\ &= 49\end{aligned}$$

સવાલ 3) અવલોકનો $x + 1, x + 4, x + 5, x + 8$ અને $x + 11$ નો મધ્યક 10 હોય, તો છેલ્લા ત્રણ અવલોકનો નો મધ્યક શોધો ?

જવાબ :

$$\begin{aligned}\text{મધ્યક } (\bar{x}) &= \frac{\sum x_i}{n} \\ 10 &= \frac{x+1+x+4+x+5+x+8+x+11}{5} \\ 10 \times 5 &= x + 1 + x + 4 + x + 5 + x + 8 + x + 11 \\ 50 &= 5x + 29 \\ 50 - 29 &= 5x \\ 21 &= 5x \\ x &= \frac{21}{5} \\ x &= 4.2\end{aligned}$$

અવલોકનો $4.2 + 1, 4.2 + 4, 4.2 + 5, 4.2 + 8, 4.2 + 11,$
તેથી, $5.2, 8.2, 9.2, 12.2, 15.2$

ત્રણ અવલોકનોનો મધ્યક $(\bar{x}) = \frac{\sum x_i}{n}$

$$\begin{aligned}&= \frac{9.2 + 12.2 + 15.2}{3} \\ &= \frac{36.6}{3} \\ &= 12.2\end{aligned}$$

સવાલ 4)

નીચેની માહિતીનો મધ્યક 20.2 હોય, તો k ની કિંમત શોધો?

x_i	10	15	20	25	30
f_i	6	8	20	k	6

જવાબ :

$$\text{મધ્યક } (\bar{x}) = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$20.2 = \frac{60 + 120 + 400 + 25k + 180}{40 + k}$$

$$20.2 = \frac{760 + 25k}{40 + k}$$

$$20.2 \times (40 + k) = 760 + 25k$$

$$808 + 20.2k = 760 + 25k$$

$$808 - 760 = 25k - 20.2k$$

$$48 = 4.8k$$

$$k = \frac{48}{4.8}$$

$$k = \frac{48 \times 10}{48}$$

$$k = 10$$

મધ્યક શોધવા માટેના સૂત્રો :

(1) સીધી રીત / સામાન્ય રીત :

$$\text{મધ્યક } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

(2) ધારેલા મધ્યકની રીત :

$$\text{મધ્યક } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

(3) વિચલનની રીત / ટૂંકી રીત :

$$\text{મધ્યક } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times C$$

મધ્યકિંમત શોધવા માટેનું સૂત્ર :

$$\text{મધ્યકિંમત} = \frac{\text{અધ:સીમા} + \text{ઉધ્વસીમા}}{2}$$

સવાલ 5) નીચેની આકૃતિ વિતરણનો મધ્યક શોધો?

- (1) સીધી રીત
- (2) ધારેલા મધ્યકની રીત

વર્ગ	આવૃત્તિ
20-40	9
40-60	11
60-80	14
80-100	6
100-120	8
120-140	15
140-160	12
કુલ	75

જવાબ : સીધી રીત દ્વારા :

વર્ગ	આવૃત્તિ (f_i)	મધ્યકિમત (x_i)	$f_i x_i$
20-40	9	30	270
40-60	11	50	550
60-80	14	70	980
80-100	6	90	540
100-120	8	110	880
120-140	15	130	1950
140-160	12	150	1800
	$\Sigma f_i = 75$		$\Sigma f_i x_i = 6970$

$$\begin{aligned}\text{મધ્યક } (\bar{x}) &= \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} \\ &= \frac{6970}{75} \\ &= 92.9333\end{aligned}$$

આમ, માહિતીનો મધ્યક 92.933 થાય.

ધારેલ મધ્યકની રીત :

વર્ગ	આવૃત્તિ (f_i)	મધ્યકિંમત(x_i)	તફાવત $d_i = x_i - 90$	$f_i d_i$
20-40	9	30	-60	-540
40-60	11	50	-40	-440
60-80	14	70	-20	-280
80-100	6	90 = A	0	0
100-120	8	110	+20	160
120-140	15	130	+40	600
140-160	12	150	+60	720
	$\Sigma f_i = 75$			$\Sigma f_i d_i = 220$

અહીં, A = 90 ધારીએ.

હવે,

$$\begin{aligned}\text{મધ્યક } (\bar{x}) &= A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \\ &= 90 + \frac{220}{75} \\ &= 90 + 2.9333 \\ &= 92.9333\end{aligned}$$

આમ, માહિતીનો મધ્યક 92.933 થાય.

સવાલ 6)

નીચે આપેલી માહિતીનો વિચલનની રીતે મધ્યક શોધો?

વર્ગ	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
આવૃત્તિ	2	3	5	7	5	3

જવાબ :

વિચલનની રીતે સવાલ હલ કરવા માટે કોષ્ટક બનાવીએ.

વર્ગ	આવૃત્તિ (f_i)	મધ્ય કિંમત (x_i)	$u_i = \frac{x_i - A}{c}$	$\Sigma f_i u_i$
10 - 20	2	15	- 2	- 4
20 - 30	3	25	- 1	- 3
30 - 40	5	35 = A	0	0
40 - 50	7	45	1	7
50 - 60	5	55	2	10
60 - 70	3	65	3	9
	$\Sigma f_i = 25$			$\Sigma f_i u_i = 19$

અહીં, A = 35 અને C = 10

(સમજ :વર્ગ લંબાઈ (C) = ઉચ્ચસીમા - અધ:સીમા)

$$= 20 - 10$$

$$= 10$$

હવે,

$$\begin{aligned} \text{મધ્યક } (\bar{x}) &= A + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times C \\ &= 35 + \frac{19}{25} \times 10 \\ &= 35 + \frac{19}{5} \times 2 \\ &= 35 + \frac{19 \times 2}{5} \\ &= 35 + \frac{38}{5} \\ &= 35 + 7.6 \\ &= 42.6 \end{aligned}$$

આમ, માહિતીનો મધ્યક 42.6 થાય.

મધ્યસ્થ (M) :

મૂળ માહિતીનો મધ્યસ્થ નીચેની રીતે ગણી શકાય છે.

- (1) આપેલી માહિતીને યડતા (કે ઉતરતાં) ક્રમમાં ગોઠવો.
- (2) જ્યારે પ્રાસાંકોની સંખ્યા એકી હોય ત્યારે $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ મો પ્રાસાંક મધ્યસ્થ છે.
- (3) જ્યારે પ્રાસાંકોની સંખ્યા બેકી હોય ત્યારે $\left(\frac{n}{2}\right)$ માં પ્રાસાંક અને $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ માં પ્રાસાંકની સરેરાશ એ મધ્યસ્થ છે.

સવાલ 7) બાસ્કેટ બોલની ટુકડીએ મેચની શ્રુંખલામાં મેળવેલા પોઈન્ટ નીચે મુજબ છે.

16, 1, 6, 26, 14, 4, 13, 8, 9, 23, 47, 9, 7, 8, 17, 28 નો મધ્યસ્થ શોધો.

જવાબ : અહીં, આપેલાં અવલોકનોની સંખ્યા 16 (બેકી) છે.

અવલોકનને યડતાં ક્રમમાં ગોઠવીએ :

1, 4, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 13, 14, 16, 17, 23, 26, 28, 47

$$\begin{aligned}\text{મધ્યસ્થ(M)} &= \frac{9+13}{2} \\ &= \frac{22}{2} \\ &= 11\end{aligned}$$

બહુલક (Z) :

માહિતીમાં સૌથી વધુ વખત આવતાં પ્રાસાંકોને તે માહિતીનો બહુલક કહેવાય છે.

સવાલ 8) ફૂટબોલની ટુકડી 12 મેચ રમીને નીચે મુજબના ગોલ નોંધાવે છે. ગોલની સંખ્યાનો બહુલક શોધો?

ગોલની સંખ્યા : 1, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 4, 5, 3, 3, 4

જવાબ : આપેલી માહિતી પર નજર કરતાં જણાય છે કે ગોલની સંખ્યા 2 એ ચાર વખત છે એટલે કે તે સૌથી વધુ છે.

તેથી,

માહિતીનો બહુલક (Z) = 2 થાય.