

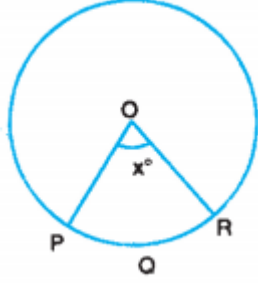
## 16. વર્તુળમાં ખૂણાઓ અને ચક્રીય ચતુષ્કોણ



PRATHAM EDUCATION FOUNDATION

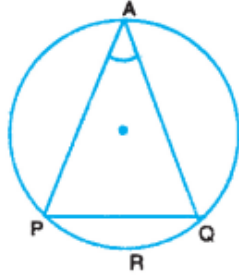
**કેન્દ્રીય કોણ :** વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ત્રીજ્યાઓ વડે ચાપ (કે જીવા) ના અંત્ય બિંદુઓએ રચતા ખૂણાને કેન્દ્રીય કોણ કહે છે.

અહીં  $x^\circ$  કેન્દ્રીય કોણ છે .



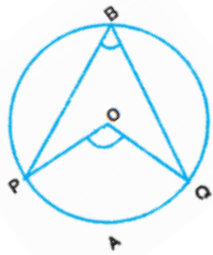
**અંતર્ગત કોણ :** ચાપ કે જીવા દ્વારા વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ આગળ આંતરેલ ખૂણો અંતર્ગત કોણ કહેવાય છે.

અહીં ચાપ PRQ વડે અથવા જીવા PQ વડે, વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ A આગળ રચાતો ખૂણો PAQ એ અંતર્ગત કોણ છે.

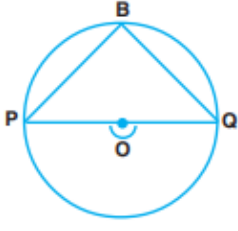


❖ વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ચાપ દ્વારા આંતરેલ ખૂણો વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ આગળ આંતરેલ ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે.

$$\angle POQ = 2\angle PBQ$$



- ❖ અર્ધવર્તુળ માંનો અંતર્ગત કોણ કાટકોણ હોય છે.  
નીચેની આકૃતિમાં વર્તુળનું કેન્દ્ર O. અર્ધવૃત આ અને તેનો અંતર્ગત કોણ PBQ.



$$\therefore \angle POQ = 180^\circ$$

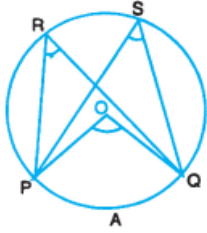
$$\therefore 2\angle PBQ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PBQ = 90^\circ$$

પ્રમેય : વર્તુળના એક જ વૃતખંડમાંના ખુણાઓ સમાન હોય છે.

પક્ષ : ધારોકે O કેન્દ્રિત વર્તુળ અને જીવા PQ (કે ચાપ PAQ) દ્વારા તે જ વૃતખંડમાં રચાયેલ ખૂણા  $\angle PRQ$  અને  $\angle PSQ$  છે.

સાધ્ય :  $\angle PRQ = \angle PSQ$



રચના : OP અને OQ જોડો.

સાબિતી : વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ચાપ દ્વારા આંતરેલ ખૂણો વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ આગળ આંતરેલ ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે.

$$\angle POQ = 2\angle PRQ \dots\dots\dots(1)$$

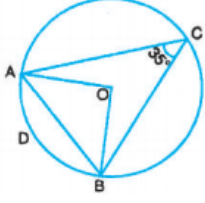
અને  $\angle PRQ = 2\angle PSQ \dots\dots\dots(2)$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$$2\angle PRQ = 2\angle PSQ$$

$$\therefore \angle PRQ = \angle PSQ$$

સવાલ 1) નીચે આપેલી આકૃતિમાં ADB એ O કેન્દ્રિત વર્તુળનું ચાપ છે. જો  $\angle ACB = 35^\circ$  હોય, તો  $\angle AOB$  શોધો?

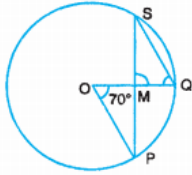


જવાબ :  $\angle AOB = 2\angle ACB$

$$\therefore \angle AOB = 2 \times 35$$

$$\therefore \angle AOB = 70^\circ$$

સવાલ 2) નીચે આપેલી આકૃતિમાં O વર્તુળનું કેન્દ્ર છે.  $\angle POQ = 70^\circ$  અને  $PS \perp OQ$ . તો  $\angle MQS$  શોધો?



જવાબ :  $2\angle PSQ = \angle POQ = 70^\circ$

(વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ ચાપ દ્વારા આંતરેલ ખૂણો વર્તુળના બાકીના ભાગ પરના કોઈ બિંદુ આગળ આંતરેલ ખૂણા કરતાં બમણો હોય છે)

$$\therefore \angle PSQ = 35^\circ$$

$\angle MSQ + \angle SMQ + \angle MQS = 180^\circ$  (ત્રિકોણના ત્રણેય ખુણાઓના માપનો સરવાળો)

$$\therefore 35^\circ + 90^\circ + \angle MQS = 180^\circ$$

$$\therefore \angle MQS = 180^\circ - 125^\circ$$

$$\therefore \angle MQS = 55^\circ$$

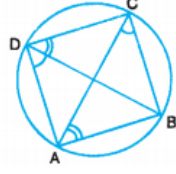
આમ,  $\angle MQS = 55^\circ$  થશે.

**યકીય ચતુષ્કોણ :** જો કોઈ ચતુષ્કોણનાં તમામ ચાર શિરોબિંદુઓમાંથી પસાર થતું એક વર્તુળ હોય તો તેને યકીય ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.

**પ્રમેય :** યકીય ચતુષ્કોણનાં સામ-સામેનાં ખૂણાઓના માપનો સરવાળો  $180^\circ$  હોય છે.

**પક્ષ :** ધારોકે ABCD યકીય ચતુષ્કોણ છે.

**સાધ્ય :**  $\angle BAD + \angle BCD = \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$



**રચના :** AC અને DB જોડો.

**સાબિતી :**  $\angle ACB + \angle ADB$

અને  $\angle BAC + \angle BDC$

(એક જ વૃતખંડના ખૂણા)

$\therefore \angle ACB + \angle BAC = \angle ADB + \angle BDC = \angle ADC$

બંને બાજુ  $\angle ABC$  ઉમેરાતાં,

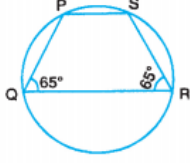
$\therefore \angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = \angle ADC + \angle ABC$

પરંતુ,  $\angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = 180^\circ$  (ત્રિકોણના ત્રણેય ખુનાઓના માપનો સરવાળો)

$\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$

આમ,  $\angle BAD + \angle BCD = \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

સવાલ 3) નીચે આપેલી આકૃતિમાં PQRS એ ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે જો,  $\angle Q = \angle R = 65^\circ$  હોય, તો  $\angle P$  અને  $\angle S$  શોધો.



જવાબ :  $\angle P + \angle R = 180^\circ$  (સમલંબ ચતુષ્કોણના સામ સામેના ખુનાઓના માપનો સરવાળો)

$$\therefore \angle P + 65^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle P = 180^\circ - 65^\circ$$

$$\therefore \angle P = 115^\circ$$

તે જ પ્રમાણે,

$\angle Q + \angle S = 180^\circ$  (સમલંબ ચતુષ્કોણના સામ સામેના ખુનાઓના માપનો સરવાળો)

$$\therefore \angle S + 65^\circ = 180^\circ$$

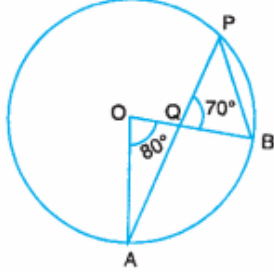
$$\therefore \angle S = 180^\circ - 65^\circ$$

$$\therefore \angle S = 115^\circ$$

આમ, PQRS ચક્રીય ચતુષ્કોણના ખુણાઓ  $\angle P = 115^\circ$  અને  $\angle S = 115^\circ$  થાય.

સવાલ 4)

નીચે આપેલી આકૃતિમાં O, વર્તુળનું કેન્દ્ર,  $\angle PQB = 70^\circ$  અને  $\angle AOB = 80^\circ$  છે, તો  $\angle PBQ$  શોધો?



જવાબ :

અહીં, O કેન્દ્રિત વર્તુળના ખુણાઓ  $\angle PQB = 70^\circ$  અને  $\angle AOB = 80^\circ$

$2\angle APB = \angle AOB$  (વર્તુળના કેન્દ્ર આગલા આંતરેલ કોણ વર્તુળના બાકીના ભાગ પર આંતરેલ કોણ કરતાં બમણો હોય છે)

$$\therefore \angle APB = \frac{80}{2}$$

$$\therefore \angle APB = 40^\circ$$

$\angle QPB + \angle PBQ + \angle BQP = 180^\circ$  (ત્રિકોણના ત્રણેય ખુણાઓના માપનો સરવાળો)

$$\therefore 40 + \angle PBQ + 70 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PBQ = 180 - 70 + 40$$

$$\therefore \angle PBQ = 180 - 110$$

$$\therefore \angle PBQ = 70^\circ$$

આમ,  $\angle PBQ = 70^\circ$  થાય.