

20. સમતલીય આકૃતિની પરિમિત અને ક્ષેત્રફળ

PRATHAM EDUCATION FOUNDATION



અગત્યના સુત્રો :

- 1) લંબ ચોરસની પરિમિત = $2(\text{લંબાઈ} + \text{પહોળાઈ})$
- 2) લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $\text{લંબાઈ} \times \text{પહોળાઈ}$
- 3) ચોરસની પરિમિત = $4(\text{બાજુ})$
- 4) ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $(\text{બાજુ})^2$
- 5) સમાંતર બાજુ યતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\text{પાયો} \times \text{પાયાપરનો વેધ}$
- 6) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{પાયાપરનો વેધ}$
- 7) સમબાજુ યતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times \text{વિકર્ણોનો ગુણાકાર}$
- 8) સમલંબ યતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}(\text{સમાંતરબાજુઓનો સરવાળો}) \times \text{તેમની વચ્ચેનું અંતર}$
- 9) વર્તુળનો પરિઘ = $2\pi r$
- 10) વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

સવાલ 1) જેના વિકર્ણોની લંબાઈ 16 સેમી. અને 12 સેમી. છે તેવા સમબાજુ યતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

જવાબ :

$$\begin{aligned}\text{સમબાજુ યતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} \times \text{વિકર્ણોનો ગુણાકાર} \\ &= \frac{1}{2} \times (16 \times 12) \\ &= \frac{1}{2} \times (192) \\ &= \frac{1 \times 192}{2} \\ &= 96 \text{ સેમી.}^2\end{aligned}$$

સવાલ 2) એક ચોરસ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ 225 મીટર² છે, તો તેની પરિમિત શોધો ?

જવાબ : ધારોકે ચોરસની બાજુ a છે.

$$\begin{aligned}\therefore \text{ચોરસનું ક્ષેત્રફળ} &= (\text{બાજુ})^2 \\ 225 &= (a)^2 \\ \sqrt{225} &= \sqrt{a^2} \quad (\text{બંને બાજુ વર્ગમૂળ લેતાં}) \\ \sqrt{15 \times 15} &= \sqrt{a^2} \\ \sqrt{15^2} &= \sqrt{a^2} \\ a &= 15 \text{ મીટર} \\ \text{ચોરસની પરિમિત} &= 4(\text{બાજુ}) \\ &= 4(15) \\ &= 60 \text{ મીટર}\end{aligned}$$

આમ, ચોરસની પરિમિત 60 મીટર થાય.

સવાલ 3) 37.5 મીટર લંબાઈવાળા ચોરસ બાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

$$\begin{aligned}\text{જવાબ : ચોરસનું ક્ષેત્રફળ} &= \text{લંબાઈ} \times \text{લંબાઈ} \\ &= 37.5 \times 37.5 \\ &= 1406.25 \text{ મી.}^2\end{aligned}$$

આમ, બાગનું ક્ષેત્રફળ = 1406.25 મી. ²

હેરોનું સૂત્ર :

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{અર્ધ ત્રિકોણની પરિમિત (s)} = \frac{a+b+c}{2}$$

સવાલ 4) ΔABC ની બાજુઓ AB, BC અને AC અનુક્રમે 5 સેમી., 6 સેમી. અને 7 સેમી છે તો આ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

જવાબ : અહીં, ત્રિકોણની બાજુઓ AB, BC અને AC ને અનુક્રમે a, b અને c નામ આપીએ.

તેથી,

$$\begin{aligned}\text{અર્ધ ત્રિકોણની પરિમિતિ (s)} &= \frac{a+b+c}{2} \\ &= \frac{5+6+7}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9 \text{ સેમી.}\end{aligned}$$

હેરોનના સૂત્રની મદદથી ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધીએ,

$$\begin{aligned}\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} \\ &= \sqrt{9(4)(3)(2)} \\ &= \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2} \\ &= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= 3 \times 2\sqrt{3 \times 2} \\ &= 6\sqrt{6} \text{ સેમી.}^2\end{aligned}$$

આમ, ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ $6\sqrt{6}$ સેમી.² થાય.

સવાલ 5) એક સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓની લંબાઈ 11 સેમી. અને 25 સેમી. છે અને બાકીની બે બાજુઓની લંબાઈ 15 સેમી. અને 13 સેમી. છે. તો ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો?

જવાબ : સૌ પ્રથમ આપણે આકૃતિ દોરી સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ધારોકે ABCD સમલંબ ચતુષ્કોણની બાજુઓ AB = 11 સેમી. CD = 25 સેમી. AD = 15 સેમી. અને BC = 13 સેમી. આપેલી છે.

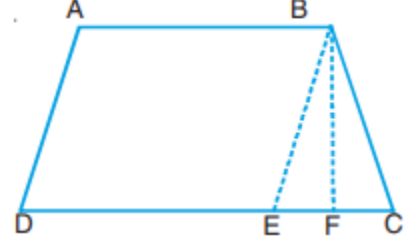
B માંથી AD \parallel BE દોરીએ જે DC ને છેદે ત્યાં E નામ આપ્યું.

BF \perp DC દોર્યો.

BE = AD = 15 સેમી.

AB = DE = 11 સેમી.

BC = 13 સેમી.



$$\begin{aligned} \therefore EC &= DC - DE \\ &= 25 - 11 \\ &= 14 \text{ સેમી.} \end{aligned}$$

$$\text{અર્ધ ત્રિકોણ BECની પરિમિતિ (s)} = \frac{a + b + c}{2} = \frac{15 + 13 + 14}{2} = \frac{42}{2} = 21 \text{ સેમી.}$$

$$\begin{aligned} \text{ત્રિકોણ BECનું ક્ષેત્રફળ} &= \sqrt{21(21 - 15)(21 - 13)(21 - 14)} \\ &= \sqrt{21(6)(8)(7)} \\ &= \sqrt{7 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7} \\ &= 7 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 84 \text{ સેમી.}^2 \end{aligned}$$

$$\text{ત્રિકોણ BECનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{પાયાપરનો વેધ}$$

$$84 = \frac{1}{2} \times 14 \times BF$$

$$\frac{84 \times 2}{14} = BF$$

$$BF = 12 \text{ સેમી.}$$

$$\begin{aligned}
\text{સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} (\text{સમાંતરબાજુઓનો સરવાળો}) \times \text{તેમની વચ્ચેનું અંતર} \\
&= \frac{1}{2} (11 + 25) \times 12 \\
&= \frac{1}{2} (36) \times 12 \\
&= 216 \text{ સેમી.}^2
\end{aligned}$$

આમ, સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ 216 સેમી.² થાય.

લંબચોરાસાકાર પથ/રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે :

સવાલ 6) એક લંબચોરસ બાગની લંબાઈ 48 મીટર અને પહોળાઈ 36 મીટર છે તેની ધારને અડીને અંદરની બાજુએ 3 મીટર પહોળાઈનો રસ્તો બનાવેલો છે. આ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

જવાબ : ધારોકે ABCD એ લંબચોરસ બાગ છે તેની અંદરની બાજુએ EFGH રસ્તો આવેલો છે.

લંબચોરસ EFGH ની લંબાઈ = $(48 - 3 - 3) = 42$ મીટર

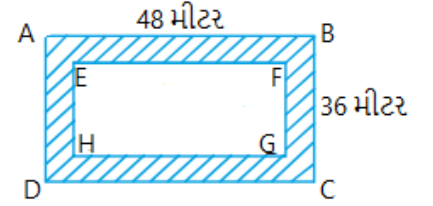
લંબચોરસ EFGHની પહોળાઈ = $(36 - 3 - 3) = 30$ મીટર

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = ABCDનું ક્ષેત્રફળ - EFGHનું ક્ષેત્રફળ

$$= 48 \times 36 - 42 \times 30$$

$$= 1728 - 1260$$

$$= 468 \text{ મી.}^2$$



આમ, લંબચોરસ બાગની અંદરના ભાગમાં આવેલ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ 468 મી.² થાય.

વર્તુળ અને વર્તુળાકાર પથ / રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે :

સવાલ 7) એક વર્તુળાકાર બાગની ત્રિજ્યા 16 મીટર છે. વર્તુળની અંદરના ભાગમાં પરીઘને સમાંતર 2 મીટર પહોળાઈનો રસ્તો આવેલો છે આ રસ્તામાં ઇંટો પાથરવાનો ખર્ચ દર ચોરસ મીટરે રૂ.24 લેખે કેટલો થાય? ($\pi = 3.14$)

જવાબ : ધારોકે OA વર્તુળની ત્રિજ્યા છે તથા છાયાંકિત ભાગ રસ્તો છે.

તેથી, OA = 16 મીટર

$$\text{અને } OB = OA - 2$$

$$= 16 - 2$$

$$= 14 \text{ મીટર}$$

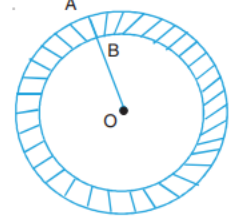
$$\begin{aligned} \text{વર્તુળાકાર રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= \pi r^2 - \pi r^2 \\ &= \pi \times 16^2 - \pi \times 14^2 \\ &= \pi \times 16 \times 16 - \pi \times 14 \times 14 \\ &= \pi (16 + 14)(16 - 14) \\ &= \pi (30)(2) \\ &= 3.14 (30)(2) \\ &= 188.4 \text{ મી}^2 \end{aligned}$$

એક ચોરસ મીટરમાં ઇંટો પાથરવાનો ખર્ચ રૂ. 24 છે.

$$\text{તેથી કુલ ઇંટો પાથરવાનો ખર્ચ} = 188.4 \times 24$$

$$= 4521.60 \text{ રૂપિયા}$$

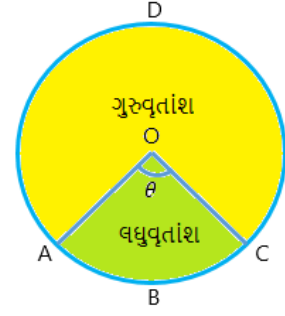
આમ, વર્તુળાકાર રસ્તા પર ઇંટો પાથરવાનો કુલ ખર્ચ 4521.60 રૂપિયા થાય.



વૃતાંશ : વર્તુળનું ચાપ તથા ચાપનાં અંત્યબિંદુઓમાંથી દોરેલ ત્રિજ્યાઓથી ઘેરાયેલી આકૃતિને વૃતાંશ કહે છે.

OABC લઘુવૃતાંશ છે

OADC ગુરુવૃતાંશ છે



વૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ : વૃતાંશ દ્વારા ઘેરાયેલ પ્રદેશના ક્ષેત્રફળને વૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ કહે છે.

લઘુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ / પરિમિત / લંબાઈ :

$$\text{OABC લઘુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{\pi r^2 \theta}{360} = \frac{r}{2} \times \frac{\pi r \theta}{180} = \frac{1}{2} r L$$

$$\text{લઘુચાપની લંબાઈ (L)} = \frac{\pi r \theta}{180}$$

$$\text{લઘુવૃતાંશની પરીમિતી} = L + 2r = \frac{\pi r \theta}{180} + 2r$$

ગુરુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ / પરિમિત / લંબાઈ :

$$\text{OADC ગુરુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ} = \text{વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ} - \text{લઘુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ}$$

$$= \pi r^2 - \frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

$$\text{ગુરુચાપની લંબાઈ} = 2\pi r - \text{સંગત ચાપની લંબાઈ} \frac{\pi r \theta}{180}$$

$$= 2\pi r - \frac{\pi r \theta}{180}$$

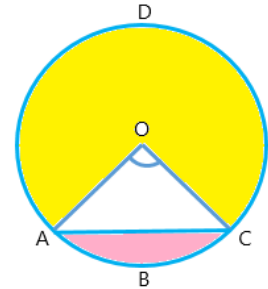
વૃતખંડનું ક્ષેત્રફળ : વૃતખંડ દ્વારા ઘેરાયેલા પ્રદેશનાં ક્ષેત્રફળને વૃતખંડનું ક્ષેત્રફળ કહે છે

$$\text{લઘુવૃતખંડનું ક્ષેત્રફળ} = \text{લઘુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ} - \Delta \text{OACનું ક્ષેત્રફળ}$$

$$\text{ગુરુવૃતખંડનું ક્ષેત્રફળ} = \text{વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ} - \text{લઘુવૃતખંડનું ક્ષેત્રફળ}$$

અથવા

$$= \text{ગુરુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ} - \Delta \text{OACનું ક્ષેત્રફળ}$$



સવાલ 8) 9 સેમી. ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળમાં કેન્દ્ર આગળ 35° નો ખૂણો બનાવતા લઘુવૃતાંશની પરિમિતિ અને તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

જવાબ : અહીં, ત્રિજ્યા (r) = 9 સેમી. અને $\theta = 35^\circ$ આપેલ છે.

$$\begin{aligned}\text{લઘુવૃતાંશની પરિમિતી} &= \frac{\pi r \theta}{180} + 2r \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{9 \times 35}{180} + 2 \times 9 \\ &= \frac{11 \times 2}{7} \times \frac{3 \times 3 \times 7 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} + 18 \\ &= \frac{11}{2} + 18 \\ &= 23.5 \text{ સેમી.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{લઘુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{\pi r^2 \theta}{360} \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{9 \times 9 \times 35}{360} \\ &= \frac{11 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 5}{7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} \\ &= \frac{11 \times 3 \times 3}{2 \times 2} \\ &= \frac{99}{4} \\ &= 24.75 \text{ સેમી.}^2\end{aligned}$$

સવાલ 9) એક વર્તુળની ત્રિજ્યા 6 સેમી છે અને તેની એક ચાપની લંબાઈ 22 સેમી. છે. આ ચાપથી રચતા લઘુવૃતાંશની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધો?

જવાબ : અહીં, ત્રિજ્યા (r) = 6 સેમી. અને ચાપની લંબાઈ 22 સેમી. આપેલી છે.

$$\begin{aligned}\text{લઘુવૃતાંશની પરિમિતિ} &= 2r + \text{ચાપની લંબાઈ} \\ &= 2 \times 6 + 22 \\ &= 12 + 22 \\ &= 36 \text{ સેમી.}\end{aligned}$$

આપણે જાણીએ છીએ કે ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે કેન્દ્રીય કોણની આવશ્યકતા છે.

$$\text{ચાપની લંબાઈ} = \frac{\pi r \theta}{180}$$

$$22 = \frac{22}{7} \times \frac{6 \times \theta}{180}$$

$$22 \times 7 \times 180 = 22 \times 6 \times \theta$$

$$\theta = \frac{22 \times 7 \times 180}{22 \times 6}$$

$$\theta = \frac{7 \times 180}{6}$$

$$\theta = 210^\circ$$

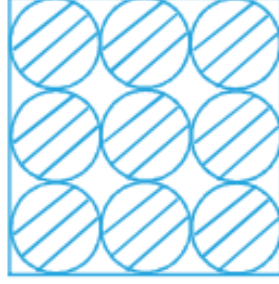
$$\text{લઘુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{6 \times 6 \times 210}{360}$$

$$= 66 \text{ સેમી.}^2$$

વર્તુળ સંબંધિત મિશ્ર આકારોના ક્ષેત્રફળ વિષે :

સવાલ 10) નીચે આપેલી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક ચોરસ હાથ રુમાલ છે તેમાં 7 સેમી. ત્રિજ્યાવાળા 9 વર્તુળના ચિત્ર દોર્યા છે, તો રુમાલનું વર્તુળો સિવાયનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



જવાબ : અહીં દરેક વર્તુળાકાર ડીઝાઇન માટેની ત્રિજ્યા 7 સેમી તથા રુમાલમાં દોરેલા વર્તુળો 9 આપેલ છે.

$$\begin{aligned} 9 \text{ વર્તુળાકાર ડીઝાઇનનું ક્ષેત્રફળ} &= 9 \times \pi r^2 \\ &= 9 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= 9 \times 22 \times 7 \\ &= 1386 \text{ સેમી.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ચોરસ રુમાલની લંબાઈ} &= 3 \times \text{વર્તુળાકાર ડીઝાઇનનો વ્યાસ} \\ &= 3 \times (7 \times 2) \\ &= 3 \times 14 \\ &= 42 \text{ સેમી.} \end{aligned}$$

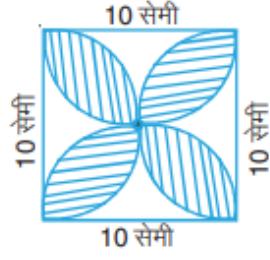
$$\begin{aligned} \text{ચોરસ રુમાલનું ક્ષેત્રફળ} &= \text{લંબાઈ} \times \text{લંબાઈ} \\ &= 42 \times 42 \\ &= 1764 \text{ સેમી.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{રુમાલના બાકી રહેલાં ભાગનું ક્ષેત્રફળ} &= \text{ચોરસ રુમાલનું ક્ષેત્રફળ} - 9 \text{ વર્તુળાકાર ડીઝાઇનનું ક્ષેત્રફળ} \\ &= 1764 - 1386 \\ &= 378 \text{ સેમી.}^2 \end{aligned}$$

આમ, રુમાલનું વર્તુળો સિવાયનું ક્ષેત્રફળ 378 સેમી.² થાય.

સવાલ 11)

નીચે આપેલી આકૃતિમાં 10 સેમી. બાજુવાળા ચોરસની દરેક બાજુ ઉપર ચોરસની અંદરના ભાગમાં અર્ધવર્તુળો દોર્યા છે, તો આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



જવાબ :

અહી, ચોરસની લંબાઈ (L) = 10 સેમી.

$$\begin{aligned}\therefore \text{ચોરસની દરેલ બાજુ પર દોરેલ અર્ધ વર્તુળની ત્રિજ્યા (r)} &= \frac{L}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \text{ સેમી.}\end{aligned}$$

રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ = 4 અર્ધ વર્તુળોનું ક્ષેત્રફળ - ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

$$\begin{aligned}&= 4 \times \frac{1}{2} \pi r^2 - L^2 \\ &= 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 5^2 - 10^2 \\ &= 4 \times \frac{1}{2} \times \pi \times 5 \times 5 - 10 \times 10 \\ &= 4 \times \frac{1}{2} \times \pi \times 25 - 100 \\ &= (50\pi - 100) \text{સેમી.}^2\end{aligned}$$